

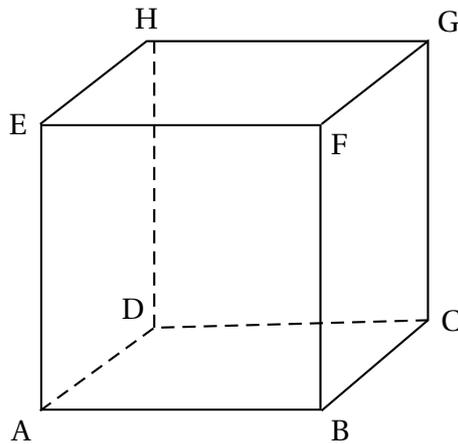
# DS 5 Terminale 12 janvier 2021

## Spécialité Mathématiques

### EXERCICE 1

10 points

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1 représenté ci-dessous.



Dans tout l'exercice, l'espace est rapporté au repère orthonormal  $(D; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$ . On note K le point défini par  $\overrightarrow{DK} + 2\overrightarrow{FK} = \vec{0}$

#### Partie A

1. Déterminer les coordonnées de K
2. Montrer que les droites (EK) et (DF) sont orthogonales.
3. Calculer la distance EK.

#### Partie B

Soit M le milieu du segment [HG].

1. Montrer que le volume du tétraèdre EMFD est égal à  $\frac{1}{6}$
2. Montrer que K est le projeté orthogonal de E sur le plan (MFD)
3. Déterminer la distance de E au plan (MFD)
4. En déduire l'aire du triangle MFD

---

**EXERCICE 2****10 points**

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = \ln(x) + 1 - \frac{1}{x}.$$

1. Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
2. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ .
3. En déduire le signe de  $f(x)$  lorsque  $x$  décrit l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ .
4. Soit la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$  par  $g(x) = x \ln x - \ln x$ . Étudier les variations de  $g$ .
5. Montrer que l'équation  $g(x) = 1 - \frac{1}{e}$  admet une unique solution dans l'intervalle  $]1 ; +\infty[$  qu'on note  $\alpha$ .
6. Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude  $10^{-1}$ .