1) $\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = \lim\limits_{x \to -\infty} -3x^2 = -\infty \; donc \; \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

2) $f(x) = x^3\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}\right) \; donc \; \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3) On a :

$$f'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗	-1	↘		↗	$+\infty$
	$-\infty$				-2		

4) La fonction f est négative sur $]-\infty; 1]$ car elle admet un maximum négatif . Sur $[1; +\infty[$, elle est croissante , continue car dérivable , 0 appartient bien à l'intervalle image donc parle corollaire u théorème des valeurs intermédiaires , il existe un unique a sur $[1; +\infty[$ tel que f(a) = 0 .

5) De plus , f(1,6) < 0 et f(1,7) > 0 , donc une valeur approchée de a est environ 1,67

6) On a :

$$g'(x) = \frac{-(1+x^3) - 3x^2(1-x)}{(1+x^3)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2 - 1}{(1+x^3)^2} = \frac{f(x)}{(1+x^3)^2}$$

Puisqu'un carré est toujours positif , g'(x) est du signe de f(x) d'où :

x	-1		a		$+\infty$
g '(x)		-	0	+	
g(x)		↘	g(a)	↗	