DM 5

Enoncé pour les loups

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$ par $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ et soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unités graphiques 2 cm .

1. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^3-3x-4$
   (a) Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$
   (b) Etudier les variations de g
   (c) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
   (d) Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près .
   (e) Etudier le signe de g sur $\mathbb{R}$
2. (a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
   (b) Déterminer les limites de f en -1 et en 1
   (c) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$
   (d) En déduire le tableau de variations de f .
3. (a) Démontrer que $f(x)=x+2+\dfrac{x+2}{x^2-1}$
   (b) Etudier la position relative de $\mathcal{C}$ et de la droite D d'équation $y=x+2$
   (c) Tracer $\mathcal{C}$ et D

Enoncé pour les lions

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$ et soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé

1. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x + 8$
   (a) Dresser le tableau de variations de g
   (b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
   (c) Déterminer un encadrement de α à 10^{-1} près .
   (d) Etudier le signe de g sur $\mathbb{R}$
2. (a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
   (b) Calculer $f'(x)$
   (c) En déduire le tableau de variations de f .
3. (a) Démontrer qu'il existe a , b , c et d réels tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{cx + d}{x^2 + 1}$
   (b) On appelle asymptote oblique à une courbe représentative d'une fonction f une droite d'équation $y = ax + b$ qui vérifie $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) - (ax + b) = 0$. Montrer que $\mathcal{C}$ admet une asymptote oblique D .
   (c) Etudier la position relative de $\mathcal{C}$ et de la droite D
   (d) Tracer $\mathcal{C}$ et D