

Enoncé pour les loups

Dans le plan complexe rapporté au repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points A et B d'affixe respectives $2 - i$ et $-2i$. A tout point M d'affixe z , on associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{z - 2 + i}{z + 2i}$.

1. Déterminer E' si E a pour affixe $5 - 4i$
2. Déterminer l'ensemble des points M tels que $|z'| = 1$
3. Déterminer l'ensemble des points M tels que $\arg(z') = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
4. Montrer que $|z' - 1| = \frac{\sqrt{5}}{|z + 2i|}$
5. En déduire que si M est sur un cercle de centre B et de rayon 1, alors M' est sur un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Enoncé pour les lions

1. On cherche $z = a + ib$ tel que $z^2 = 8 - 6i$
 - (a) Montrer que $a^2 - b^2 = 8$ et $ab = -3$
 - (b) Montrer que $a^2 + b^2 = 10$
 - (c) En déduire z .
2. Déterminer z tel que $z^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ et en déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$
3. Déterminer z tel que $z^3 = e^{i\frac{\pi}{2}}$