

Enoncé pour les loups

On considère l'équation : $z^3 - z^2 + 2 = 0$ (E)

1. Déterminer a et b réels tels que $z^3 - z^2 + 2 = (z + 1)(z^2 + az + b)$
2. En déduire la résolution de l'équation (E)
3. Mettre les solutions sous forme exponentielle
4. On note A , B et C les points d'affixes respectives -1 , $1 - i$ et $1 + i$. Placer les points A , B et C dans un repère.
5. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

Enoncé pour les lions

On considère l'équation : $z^2 - 2(1 + 2\cos\theta)z + 5 + 4\cos\theta = 0$ (E) où θ désigne un réel quelconque. Le but de l'exercice est de résoudre (E) après avoir étudié quelques exemples particuliers.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 5 = 0$
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2(1 + \sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3} = 0$
3. On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ les points A , B , C et D d'affixes respectives $1 + 2i$, $1 + \sqrt{3} + i$, $1 + \sqrt{3} - i$ et $1 - 2i$.
 - (a) Quelle est la nature de $ABCD$?
 - (b) Démontrer que (AB) et (BD) sont perpendiculaires.
 - (c) Démontrer que A , B , C et D appartiennent à un même cercle Γ dont on précisera le centre et le rayon.
4. On revient au cas général où θ est un réel quelconque
 - (a) Résoudre (E)
 - (b) Montrer que les points ayant pour affixes les solutions de (E) appartiennent au cercle Γ