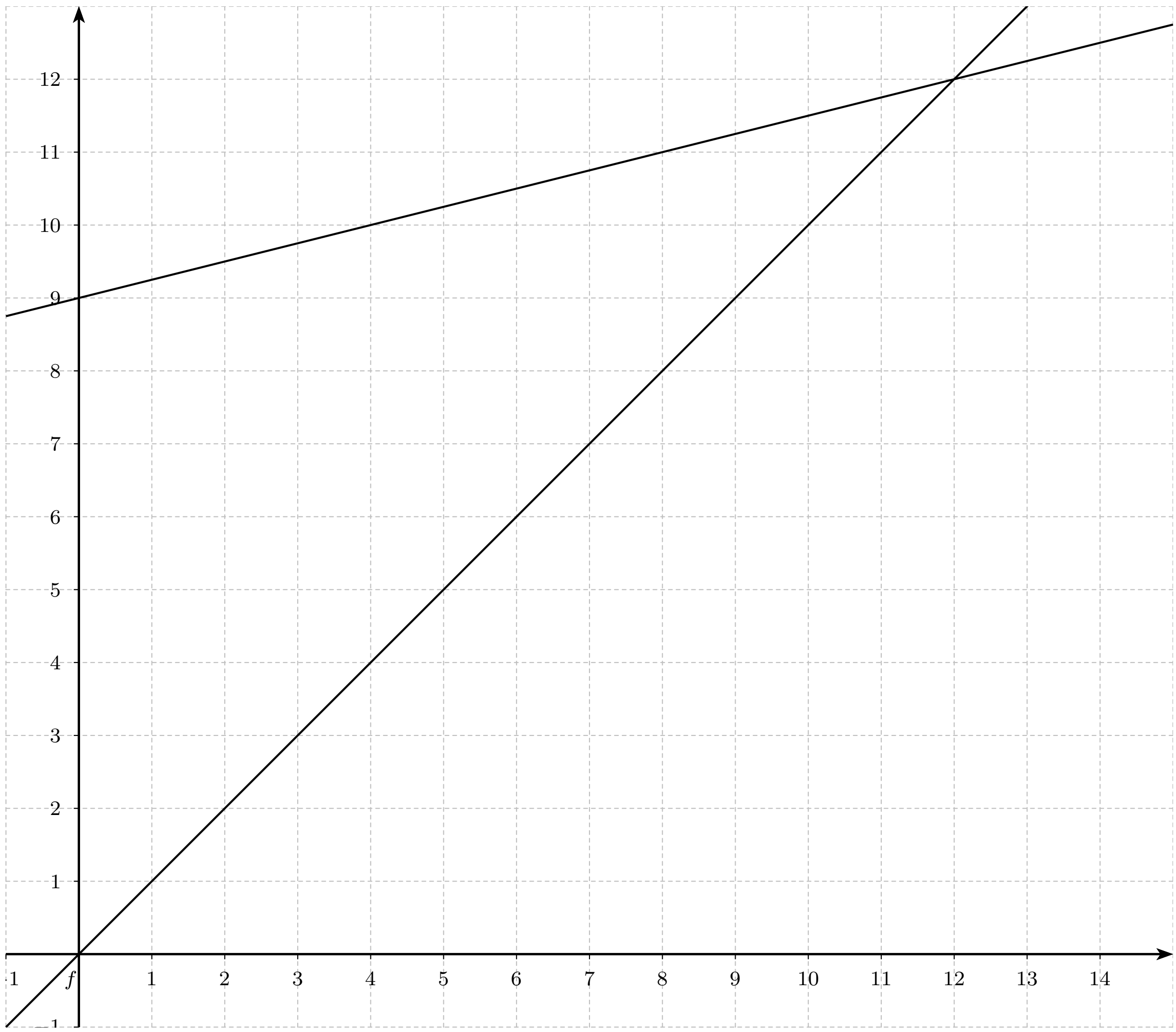
DM 1

Exercice 1

On définit la suite (u_n) *par* $u_0 = 1$ *et* $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 9$

1. *Calculer les quatre premiers termes de cette suite .*

2. *On a tracé ci-dessous les droites d'équations* $y = x$ *et* $y = \frac{1}{4}x + 9$ *. Tracer sur l'axe des abscisses les points* A_0, A_1, A_2, A_3 *d'abscisses respectives* u_0, u_1, u_2, u_3 *en laissant les traits de constructions apparents .*



3. *Conjecturer le sens de variations de* (u_n) *et une éventuelle limite .*

4. *Montrer par récurrence que pour tout n ,* $u_n \leq 12$ *.*

5. *Démontrer que la suite* (u_n) *est croissante .*

6. *On pose* $v_n = u_n - 12$ *. Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique .*

7. *Exprimer* v_n *en fonction de n puis en déduire l'expression de* u_n *en fonction de n .*

8. *On donne l'algorithme suivant :*

```
Variables
u : réel
n , i : entiers
Début de l'algorithme
Saisir n
u prend la valeur 1
Pour i allant de 1 à n Faire
  | u prend la valeur (1/4)u + 9
FinPour
Sorties :
Afficher u
```

Que fait cet algorithme ?

Exercice 2

On donne la fonction f définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 105x + 20$ *.*

1. *Calculer la dérivée de f*

2. *Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variations .*

3. *Tracer la courbe de f sur [-10;10] .*