

Automatismes : quatrième sommet parallélogramme



Astuce

ABCD parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
ABCD parallélogramme si et seulement si $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu

Consigne : Pour chaque exercice, on donne les coordonnées de trois points A , B et C . Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

1. $A(1; 2)$, $B(4; 3)$, $C(2; 7)$
2. $A(-2; 1)$, $B(3; 4)$, $C(1; 6)$
3. $A(0; 0)$, $B(2; 5)$, $C(4; 1)$
4. $A(-3; 2)$, $B(1; 4)$, $C(3; 0)$
5. $A(2; 3)$, $B(5; 1)$, $C(4; -2)$
6. $A(-4; 0)$, $B(-1; 3)$, $C(2; 2)$
7. $A(0; -1)$, $B(3; 2)$, $C(5; 0)$
8. $A(-2; -3)$, $B(0; 2)$, $C(3; 1)$
9. $A(-3; 4)$, $B(2; 5)$, $C(4; 1)$
10. $A(1; -2)$, $B(4; 0)$, $C(5; -3)$
11. $A(-4; 2)$, $B(-1; 5)$, $C(1; 3)$
12. $A(0; 3)$, $B(3; 5)$, $C(5; 2)$
13. $A(-2; 4)$, $B(1; 6)$, $C(4; 2)$
14. $A(1; 1)$, $B(5; 2)$, $C(3; -1)$
15. $A(-3; -2)$, $B(0; 1)$, $C(2; -1)$
16. $A(-1; 3)$, $B(2; 4)$, $C(5; 2)$
17. $A(0; 1)$, $B(4; 3)$, $C(5; -1)$
18. $A(-2; 0)$, $B(2; 1)$, $C(3; -2)$
19. $A(1; 4)$, $B(3; 7)$, $C(6; 5)$
20. $A(-3; 1)$, $B(1; 3)$, $C(3; 0)$

*Automatismes : quatrième sommet
parallélogramme*

★★

★★

Corrigés

Méthode 1 : égalité de vecteurs

1. On veut que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

$$\overrightarrow{AB}(4-1; 3-2)$$

Donc

$$\overrightarrow{AB}(3; 1)$$

Alors $\overrightarrow{DC}(3; 1)$, donc si $C(2; 7)$, on a

$$D(x; y) \text{ tel que } (2-x; 7-y) = (3; 1)$$

Ainsi, $x = -1$ et $y = 6$.

$$\boxed{D(-1; 6)}$$

2. On veut que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

$$\overrightarrow{AB}(5; 3)$$

Donc $\overrightarrow{DC}(5; 3)$ et comme $C(1; 6)$:

$$(1-x; 6-y) = (5; 3) \Rightarrow x = -4, y = 3.$$

$$\boxed{D(-4; 3)}$$

Méthode 2 : les diagonales se coupent en leur milieu

3. On note O le milieu de $[AC]$ et $[BD]$.

$$O\left(\frac{0+4}{2}; \frac{0+1}{2}\right)$$

donc

$$O(2; 0,5)$$

Automatismes : quatrième sommet parallélogramme

★★

★★

Si $B(2; 5)$ et $D(x; y)$ ont le même milieu O , alors :

$$\frac{2+x}{2} = 2 \quad \text{et} \quad \frac{5+y}{2} = 0,5$$

Ainsi, $x = 2$ et $y = -4$.

$D(2; -4)$

4. Milieu de $[AC]$:

$$O(0; 1)$$

Milieu de $[BD]$:

$$\frac{1+x}{2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{4+y}{2} = 1$$

donc $x = -1$ et $y = -2$.

$D(-1; -2)$

5. $D(1; 0)$ 6. $D(-1; -1)$ 7. $D(2; -3)$ 8. $D(1; -4)$ 9. $D(-1; 0)$ 10. $D(2; -5)$ 11. $D(-2; 0)$
12. $D(2; 0)$ 13. $D(1; 0)$ 14. $D(-1; -2)$ 15. $D(-1; -4)$ 16. $D(2; 1)$ 17. $D(1; -3)$ 18. $D(-1; -3)$
19. $D(4; 2)$ 20. $D(-1; -2)$