L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

Exercice 1 : Automatismes (5 points)

1. On simplifie la fraction en divisant le numérateur et le dénominateur par 14 :
$$\frac{42}{56} = \frac{42 \div 14}{56 \div 14} = \boxed{\frac{3}{4}}.$$

2. On met les deux fractions au même dénominateur :
$$\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \boxed{-\frac{1}{12}}.$$

3. On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :
$$\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{18}{30} = \boxed{\frac{3}{5}}.$$

4. Calcul de 15 % de 80 :
$$\frac{15}{100} \times 80 = \boxed{12}.$$

5. Le prix augmente de 8 %. Le montant de l'augmentation est :
$$\frac{8}{100} \times 120 = 9{,}60 \text{ euros.}$$
Le nouveau prix est donc :
$$120 + 9{,}60 = \boxed{129{,}60 \text{ euros}}.$$

Exercice 2 : Ensembles de nombres et intervalles (6 points)

1. Le nombre -5 est un entier relatif. Le plus petit ensemble auquel il appartient est :
$$\boxed{\mathbb{Z}}.$$

2. On a $\sqrt{81} = 9$. Comme 9 est un entier naturel, le plus petit ensemble auquel il appartient est :
$$\boxed{\mathbb{N}}.$$

3. Le nombre 2,75 possède une écriture décimale finie. Le plus petit ensemble auquel il appartient est :
$$\boxed{\mathbb{D}}.$$

4. L'inégalité $-2 < x \leq 3$ signifie que x est strictement supérieur à -2 et inférieur ou égal à 3. L'intervalle correspondant est :
$$\boxed{]-2\,;3]}.$$

5. L'intersection contient les nombres appartenant à la fois à $A = [-4\,;2]$ et à $B =]0\,;5]$.

   Les nombres communs aux deux intervalles sont strictement supérieurs à 0 et inférieurs ou égaux à 2. Ainsi :

   $$\boxed{A \cap B =]0\,;2]}.$$

6. La réunion contient tous les nombres appartenant à au moins l'un des deux intervalles.

   Les intervalles $C =]-\infty\,;1[$ et $D = [1\,;4]$ se rejoignent en 1, qui appartient à D. Leur réunion est donc :

   $$\boxed{C \cup D =]-\infty\,;4]}.$$

Exercice 3 : Racines carrées (5 points)

1. On utilise $75 = 25 \times 3$:

   $$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25}\sqrt{3} = \boxed{5\sqrt{3}}.$$

2. On simplifie séparément les deux racines :

   $$\begin{aligned} 2\sqrt{12} - \sqrt{27} &= 2\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{9 \times 3} \\ &= 2 \times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= \boxed{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

3. On utilise la propriété $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ pour $a, b \geq 0$:

   $$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = \boxed{4}.$$

4. On distribue $\sqrt{3}$:

   $$\begin{aligned} \sqrt{3}(2\sqrt{3} + 5) &= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ &= 2 \times 3 + 5\sqrt{3} \\ &= \boxed{6 + 5\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

5. On applique la double distributivité :

   $$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} + 4) &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 8 \\ &= 3 + 6\sqrt{3} + 8 \\ &= \boxed{11 + 6\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Exercice 4 : Développement et factorisation (4 points)

1. Par double distributivité :

$$\begin{aligned}(2x-3)(x+5) &= 2x^2+10x-3x-15\\ &= \boxed{2x^2+7x-15}.\end{aligned}$$

2. On utilise l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$:

$$\begin{aligned}(3x+2)^2 &= (3x)^2+2\times 3x\times 2+2^2\\ &= \boxed{9x^2+12x+4}.\end{aligned}$$

3. On met le facteur commun $3x$ en évidence :

$$\boxed{6x^2-9x = 3x(2x-3)}.$$

4. On utilise l'identité remarquable $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$:

$$\boxed{25x^2-49 = (5x-7)(5x+7)}.$$