L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

Exercice 1 : Automatismes (5 points)

1. Calculer les $\frac{3}{5}$ de 40 :
$$\frac{3}{5} \times 40 = 3 \times 8 = \boxed{24}.$$

2. On met les fractions au même dénominateur :
$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12}.$$
La fraction est irréductible : $\boxed{\frac{19}{12}}$.

3. Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse :
$$\frac{7}{9} \div \frac{14}{3} = \frac{7}{9} \times \frac{3}{14} = \frac{21}{126} = \boxed{\frac{1}{6}}.$$

4. La proportion de demi-pensionnaires est
$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0{,}4.$$
Ils représentent donc $\boxed{40\,\%}$ de la classe.

5. La diminution est de $80 - 68 = 12$ euros. Le pourcentage se calcule par rapport au prix initial :
$$\frac{12}{80} \times 100 = 15.$$
Le prix a donc diminué de $\boxed{15\,\%}$.

Exercice 2 : Ensembles de nombres et intervalles (6 points)

1. - $-7 \in \mathbb{N}$ est faux : -7 est un entier relatif, donc $-7 \in \mathbb{Z}$.
   - $\frac{3}{8} \in \mathbb{D}$ est vrai, car $\frac{3}{8} = 0{,}375$ possède une écriture décimale finie.
   - $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$ est faux : $\sqrt{5}$ est irrationnel, donc $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$.

2. Un exemple convient : $\boxed{\frac{1}{3}}$. Ce nombre est rationnel, mais son écriture décimale n'est pas finie ; ainsi $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.

3. $\boxed{-3 \in [-3\,;5[}$ et $\boxed{5 \notin [-3\,;5[}$.

   Le nombre -3 est inclus dans l'intervalle, tandis que 5 en est exclu.

4. L'appartenance $x \in]-4\,;7]$ équivaut à

$$\boxed{-4 < x \leq 7}.$$

5. L'intersection contient les nombres appartenant aux deux intervalles :

$$\boxed{A \cap B = [1\,;3]}.$$

6. Les deux intervalles se rejoignent en -1, qui appartient à C. Leur réunion est :

$$\boxed{C \cup D = [-6\,;4]}.$$

Exercice 3 : Racines carrées (5 points)

1. Comme $108 = 36 \times 3$,

$$\sqrt{108} = \sqrt{36}\sqrt{3} = \boxed{6\sqrt{3}}.$$

2.
$$\begin{aligned} 3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} &= 3\sqrt{4 \times 5} - 2\sqrt{9 \times 5} \\ &= 3 \times 2\sqrt{5} - 2 \times 3\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} - 6\sqrt{5} \\ &= \boxed{0}. \end{aligned}$$

3.
$$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{36} = \boxed{6}.$$

4. Par distributivité :
$$\begin{aligned} \sqrt{5}(3\sqrt{5} - 2) &= 3\sqrt{5} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 3 \times 5 - 2\sqrt{5} \\ &= \boxed{15 - 2\sqrt{5}}. \end{aligned}$$

5. Par double distributivité :
$$\begin{aligned} (\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+5) &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 15 \\ &= 2 + 8\sqrt{2} + 15 \\ &= \boxed{17 + 8\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Exercice 4 : Développement et factorisation (4 points)

1. Par double distributivité :

$$\begin{aligned}(3x+4)(2x-5) &= 6x^2 - 15x + 8x - 20 \\ &= \boxed{6x^2 - 7x - 20}.\end{aligned}$$

2. En utilisant $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:

$$\begin{aligned}(2x-5)^2 &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 \\ &= \boxed{4x^2 - 20x + 25}.\end{aligned}$$

3. On met le facteur commun $4x$ en évidence :

$$\boxed{8x^2 + 12x = 4x(2x+3)}.$$

4. On utilise $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$:

$$\boxed{49x^2 - 16 = (7x-4)(7x+4)}.$$