Exercice 1 (12 points)

Soit $f(x) = (x-10)^2 - 36$

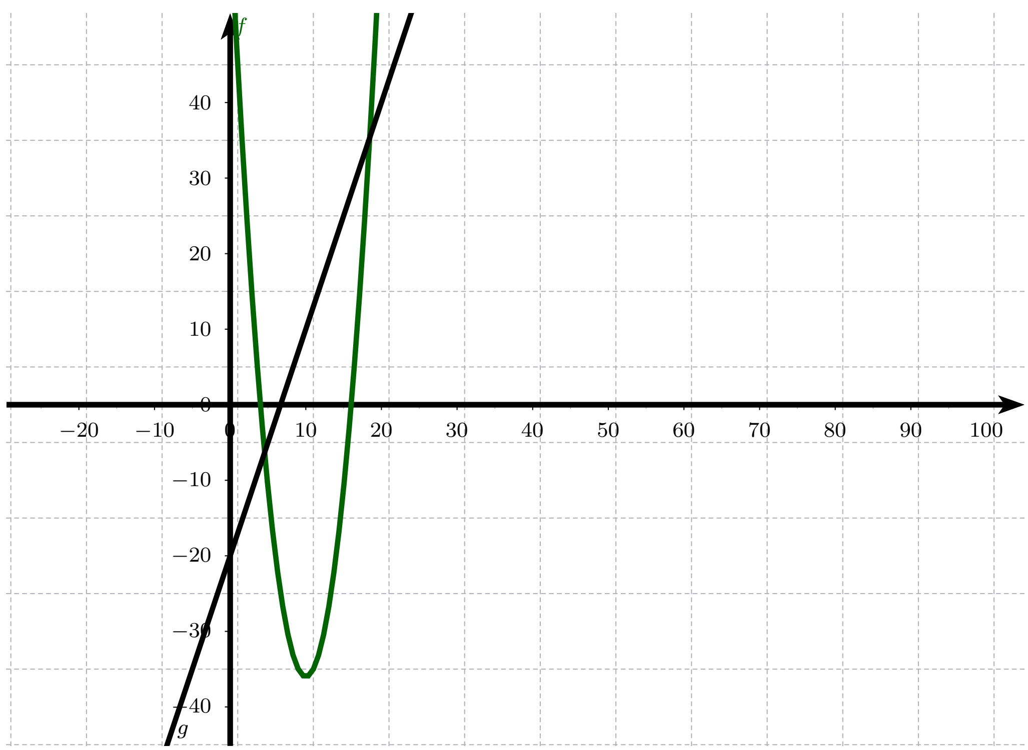
1. *Développer* $f(x) = x^2 - 20x + 64$
2. *Factoriser* $f(x) = (x-16)(x-4)$
3. *Résoudre :* $f(x) \geq 0$

   Par tableeau de signes , on obtient : $x \in]-\infty; 4] \cup [16; +\infty[$
4. *Résoudre :* $\dfrac{f(x)}{2x-5} \geq x-4 \iff \dfrac{(x-4)(x-16-2x+5)}{2x-5} \geq 0$ *donc* $\dfrac{(x-4)(-x-11)}{2x-5} \geq 0$

   Avec un tableau de signes : $x \in]-\infty; -11] \cup]\dfrac{5}{2}; 4]$
5. *Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :*

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
f(x)	64	28	0	-20	-32	-36	-32	-20	0	28	64

6. *Tracer la courbe de la fonction f*
7. *Sur le même graphique , tracer la droite d'équation* $y = 3x - 20$



8. *Résoudre graphiquement :* $f(x) \leq 3x - 20$

   $x \in [5; 18]$
9. *Dresser le tableau de variations de la fonction f*

x	0		10		20
$f(x)$	64	$\searrow$	-36	$\nearrow$	64

Exercice 2 (10 points)

Dans un repère orthonormé , on donne les points A(-2;2) , B(4;4) , C(6;-2) et D(0;-4)

1. *Déterminer par le calcul une équation de la droite (BD)*

   $(BD) : 2x - y - 4 = 0$

2. *Déterminer par le calcul une équation de la droite (AC)*

   $(AC) : x + 2y - 2 = 0$

3. *Déterminer par le calcul les coordonnées de I point d'intersection des droites (AC) et (BD)*

   On résout le système avec les deux équations précédentes : $I(2; 0)$

4. *Déterminer par le calcul une équation de la droite d de coefficient directeur -1 passant par le point E(3;-1)*

   $y = -x + p$ *et avec les coordonnées de E :* $-1 = -3 + p \iff p = 2$

   $d : y = -x + 2$

5. *Le point I appartient il à la droite d ? Justifier .*

   $-2 + 2 = 0$ *donc oui , I est sur d .*

6. *Que peut on en conclure pour les droites (BD) , (AC) et d ?*

   I est sur les trois droites , donc (BD) , (AC) et d sont concourantes

7. (a) *Faire une figure . Que peut on conjecturer sur la nature du quadrilatère ABCD ?*
   ABCD semble être un carré

   (b) *Démontrer par le calcul cette conjecture .*
   $\overrightarrow{AB}(6; 2)$
   $\overrightarrow{DC}(6; 2)$
   Donc ABCD est un parallélogramme .
   De plus : $AB = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ *et* $BC = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ *donc ABCD est un losange .*
   De plus , $AC = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 2\sqrt{20}$
   Et : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ *donc par la réciproque de Pythagore , ABC est rectangle en B donc ABCD est un carré .*

Exercice 3 (8 points)

Dans un repère orthonormal , on donne les points A(40;110) , B(70;80) , C(80;-300) et D(20;40) . On note I le point d'intersection des droites (AC) et (BD) . I est-il le milieu de [BD] ? Justifier par calcul .

Déterminons les coordonnées de J milieu de [BD] : $J(45; 60)$

J est sur (BD) par définition . Regardons si J est sur (AC) . Deux méthodes : soit on détermine l'équation de la droite (AC)

$(AC) : 41x + 4y - 2080 = 0$

Et on vérifie que les coordonnées de J ne vérifient pas cette équation

soit on regarde si A , J et C sont alignés :

$\overrightarrow{AJ}(5; -50)$

$\overrightarrow{AC}(40; -410)$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires , donc J n'est pas à l'intersection des droites . Donc par conséquent , L'intersection des droites n'est pas le milieu de [BD]

Exercice 4 (10 points)

On se place dans un repère orthonormé.

On considère les points $A(1\,;\,2)$, $B(5\,;\,3)$ *et* $C(3\,;\,-1)$.

1. *Faire une figure à compléter au fur et à mesure de l'exercice*
2. *Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme*
   $\overrightarrow{AB}(4; 1)$ *et* $\overrightarrow{DC}(3 - x; -1 - y)$ *donc D(-1;-2)*
3. *On donne les points E et F définis par :*
   $$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$
   et
   $$\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}.$$
   (a) *Placer les points E et F sur la figure précédente*
   (b) *Déterminer par le calcul les coordonnées de E et F (pour les questions suivantes , on pourra utiliser la lecture graphique des coordonnées de E et F si cette question n'a pas été traitée)*
   $\overrightarrow{AE}(x - 1; y - 2)$ *et* $\overrightarrow{AE}(6; -2)$ *donc E(7;0)*
   $\overrightarrow{BF}(x - 5; y - 3)$ *et* $\overrightarrow{BF}(-10; -6)$ *donc F(-5;-3)*
4. *Calculer les coordonnées des vecteurs* $\overrightarrow{EC}(-4; -1)$ *et* $\overrightarrow{EF}(-12; -3)$ *. Les points E, C et F sont-ils alignés ? Justifier.*
   Les vecteurs $\overrightarrow{EC}$ *et* $\overrightarrow{EF}$ *sont colinéaires car* $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{EC}$ *donc E , C et F sont alignés .*

5. *Existe-t-il un réel k tel que*
   $\overrightarrow{DE} = k\overrightarrow{AB}$?
   $\overrightarrow{DE}(8; 2)$ et $\overrightarrow{AB}(4; 1)$
   donc $k = 2$ Que peut-on en déduire ? (DE) et (AB) sont parallèles

6. *Montrer que les droites (EF) et (BA) sont parallèles.*
   $\overrightarrow{EF}(-12; -3)$ et $\overrightarrow{BA}(-4; -1)$ donc $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{BA}$ donc (EF) et (BA) sont parallèles