DS 8 seconde 4 du 2 avril 2026

Exercice 1 (12 points)
Soit $f(x) = (x+2)^2 - 16$

1. *Développer* $f(x) = x^2 + 4x - 12$

2. *Factoriser* $f(x) = (x-2)(x+6)$

3. *Résoudre :* $f(x) \leq 0$

   A l'aide d'un tableau de signes , $x \in [-6; 2]$

4. *Résoudre :* $\dfrac{f(x)}{3x-7} \leq x - 2 \iff \dfrac{(x-2)(x+6-3x+7)}{3x-7} \leq 0$

   $\dfrac{(x-2)(-2x+13)}{3x-7} \leq 0$

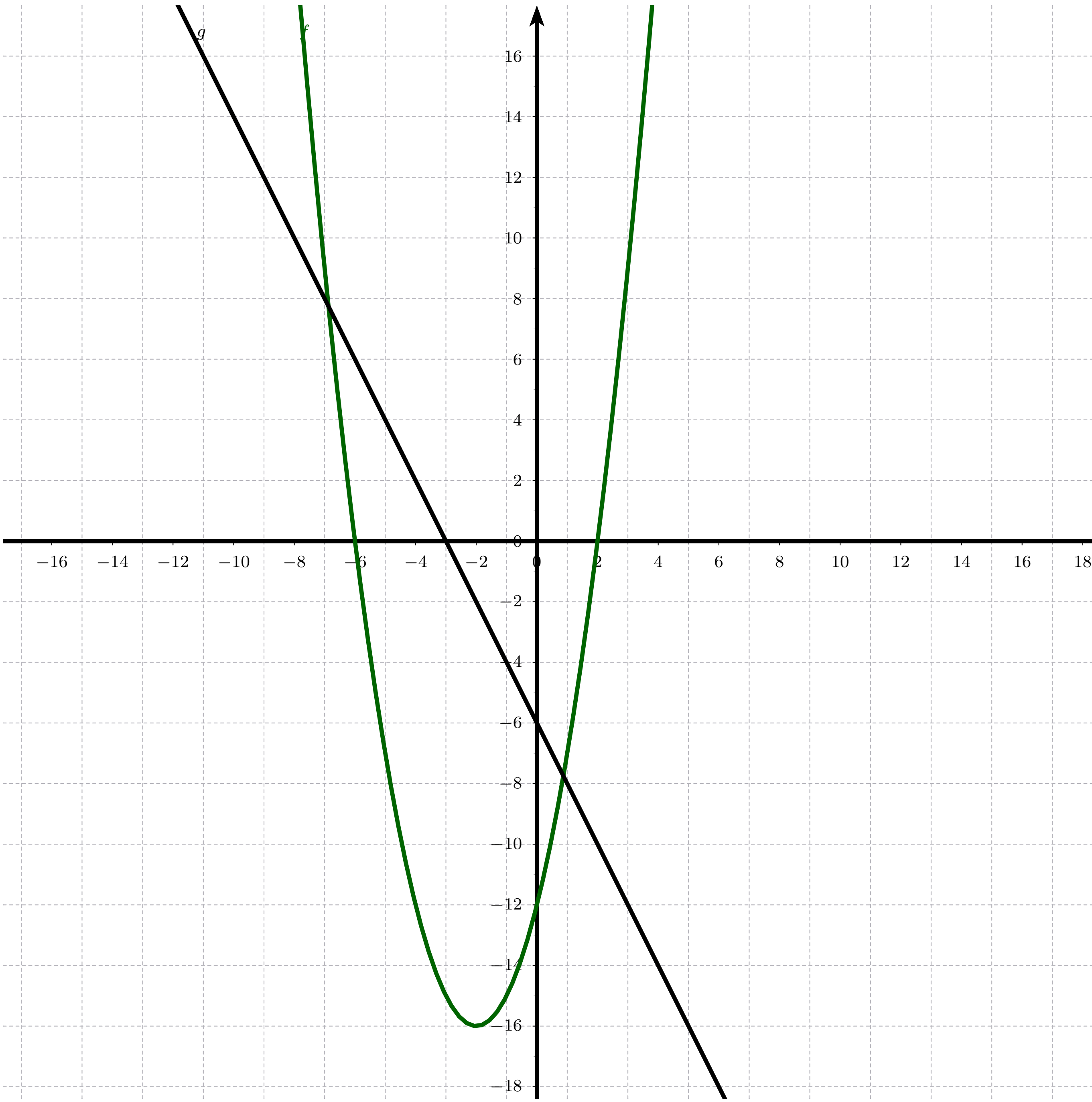
   A l'aide d'un tableau de signes : $x \in [2; \dfrac{7}{3}[\cup [\dfrac{13}{2}; +\infty[$

5. *Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :*

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	20	9	0	-7	-12	-15	-16	-15	-12	-7	0	9	20

6. *Tracer la courbe de la fonction f*

7. *Sur le même graphique , tracer la droite d'équation* $y = -2x - 6$



8. *Résoudre graphiquement :* $f(x) \leq -2x - 6$

   $x \in [-7; 1]$

9. *Dresser le tableau de variations de la fonction* f

x	-8	-2	8
$f(x)$	20 ↘	-16	↗ 20

Exercice 2 (10 points)
Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-4;4)$, $B(4;0)$, $C(-5;-8)$ et $D(3;-17)$. On note M le milieu de [AB] , N le milieu de [AC] et P le milieu de [BC]

1. *Montrer que le triangle ABC est isocèle en C.*
   $AC = \sqrt{1+144} = \sqrt{145}$, $BC = \sqrt{81+64} = \sqrt{145}$ *donc $AC = BC$ et ABC est isocèle en C*
2. *Déterminer les coordonnées du point $M(0;2)$*
3. *Déterminer par le calcul une équation de la médiane issue de C.*
   $(CM) : -2x + y - 2 = 0$
4. *Montrer par le calcul que (BC) et (CD) sont perpendiculaires .*
   $BC = \sqrt{145}$, $CD = \sqrt{64+81} = \sqrt{145}$ *et* $BD = \sqrt{1+289} = \sqrt{290}$ *donc* $BD^2 = BC^2 + CD^2$ *donc par la réciproque du théorème de Pythagore , (BC) et (CD) sont perpendiculaires*
5. *En déduire une équation de la hauteur issue de A.*
   La hauteur issue de A est perpendiculaire à (BC) et donc parallèle à (CD) .
   $\overrightarrow{CD}(8;-9)$
   $9x + 8y + 4 = 0$
6. *Déterminer les coordonnées du point H, orthocentre du triangle ABC .*
   Le triangle ABC est isocèle en C donc (CM) médiane est aussi hauteur . On doit donc résoudre le système avec les équations trouvées dans les questions 3) et 5) : On trouve $H(-\frac{4}{5};\frac{2}{5})$
7. *En déduire par le calcul une équation de la hauteur issue de B.*
   Cette hauteur est (BH) : $x + 12y - 4 = 0$

Exercice 3 (8 points)
Dans un repère orthonormal , on donne les points A(20;50) , B(35;60) , C(40;30) et D(10;-40) . On note I le milieu de [AC] . I est-il l'intersection des droites (AC) et (BD) ? Justifier par calcul .

$I(30;40)$
I est sur (AC) donc il suffit de regarder si I est sur (BD)
soit en trouvant l'équation de (BD) : $y = 4x - 80$
soit en regardant si B ,I et D sont alignés $\overrightarrow{BD}(-25;-100)$ *et* $\overrightarrow{BI}(-5;-20)$
Conclusion , I est bien le point d'intersection de (AC) et (BD)

Exercice 4 (10 points)

On se place dans un repère orthonormé.

On considère les points $A(-1\,;\,2)$, $B(3\,;\,3)$ et $C(5\,;\,-1)$.

1. *Faire une figure à compléter au fur et à mesure de l'exercice.*
2. *Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}(4;1)$ et $\overrightarrow{AC}(6;-3)$.*
3. *On considère le point E défini par :*

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

   (a) *Construire le point E sur la figure.*

   (b) *Déterminer ses coordonnées par le calcul.*
   $x + 1 = 10 \iff x = 9$ *et* $y - 2 = -2 \iff y = 0$ *donc E(9;0)*

4. *On considère le point F défini par :*

$$\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

   (a) *Construire le point F.*

   (b) *Déterminer ses coordonnées par le calcul*
   $x + 1 = 2 \iff x = 1$ *et* $y - 2 = 5 \iff y = 7$ *donc F(1;7)*

   (c) *Montrer que les points B, C et F sont alignés.*
   $\overrightarrow{BC}(2;-4)$ *et* $\overrightarrow{BF}(-2;4)$ *colinéaires*

5. *Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.*
   D(1;-2)
6. *Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.*
   $\overrightarrow{AB}(4;1)$ *et* $\overrightarrow{DE}(8;2)$ *sont colinéaires*
7. *Les points A, E et C sont-ils alignés ? Justifier par calcul .*
   $\overrightarrow{AC}(6;-3)$ *et* $\overrightarrow{AE}(10;-2)$ *ne sont pas colinéaires donc les points A , E et C ne sont pas alignés .*