Corrigé

Exercice 1

- Question 1 : **b**

  $f(x) = (x-2)e^x$ donc $f'(x) = 1 \cdot e^x + (x-2)e^x = (x-1)e^x$

- Question 2 : **b**

  $\dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

- Question 3 : **a**

  Suite arithmétique : $u_n = u_0 + nr$

  $$\begin{cases} u_2 = u_0 + 2r = 5 \\ u_5 = u_0 + 5r = 11 \end{cases}$$

  On soustrait :

  $$3r = 6 \Rightarrow r = 2$$

  Puis :

  $$u_0 + 4 = 5 \Rightarrow u_0 = 1$$

- Question 4 : **a**

  Somme des entiers de 0 à 40 :

  $$s = \frac{40 \times 41}{2} = 820$$

- Question 5 : **b**

  Somme géométrique de raison $\frac{1}{3}$:

  $$S = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{11}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{11}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{11}\right)$$

Exercice 2

1.

$f'(x) = (-6x + 24)e^x$

2.

$e^x > 0$ donc le signe de $f'(x)$ est celui de $-6x + 24$.

$$-6x + 24 = 0 \Rightarrow x = 4$$

Ainsi, f est strictement croissante sur [0,4] et décroissante sur [4;6]

3.

Le maximum est atteint en $x = 4$:

$$f(4) = 6e^4$$

4.
On cherche n tel que :

$$6e^4 \times 1{,}04^n > 500$$

A la calculatrice , on obtient $n = 11$
Conclusion : **11 mois**.

Exercice 3
1. Arbre pondéré (non détaillé ici).

2.

$$P(O \cap I) = P(O) \times P(I|O) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$$

3.

$$P(I) = P(O \cap I) + P(\overline{O} \cap I)$$

$$= 0{,}12 + 0{,}7 \times 0{,}2 = 0{,}12 + 0{,}14 = 0{,}26$$

4.
a.

x_i	0	200	800	1000
$P(X = x_i)$	0,56	0,14	0,18	0,12

Vérification : $0{,}56 + 0{,}14 + 0{,}18 + 0{,}12 = 1$

b.

$$E(X) = 0 \times 0{,}56 + 200 \times 0{,}14 + 800 \times 0{,}18 + 1000 \times 0{,}12$$

$$E(X) = 28 + 144 + 120 = 292$$

En moyenne, un client dépense **292 €**.

Exercice 4
1.

$$2 \times 1 - 3 + 1 = 0$$

Donc A appartient à D.

2.
Le vecteur normal de D est donc le vecteur directeur de D' .
Équation de D' passant par $B(3; 1)$:

$$x + 2y + c = 0$$

B appartient à D' donc $3 + 2 + c = 0$
Soit :

$$x + 2y - 5 = 0$$

3.
Intersection de :

$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

On résout :

$$y = 2x + 1$$

$$x + 2(2x + 1) - 5 = 0$$

$$x + 4x + 2 - 5 = 0 \Rightarrow 5x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$y = 2 \times \frac{3}{5} + 1 = \frac{6}{5} + 1 = \frac{11}{5}$$

Donc $H\left(\frac{3}{5}; \frac{11}{5}\right)$.

4.
a.
Centre Ω :

$$\left(\frac{1+3}{2}; \frac{3+1}{2}\right) = (2; 2)$$

Rayon :

$$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Donc $r = \sqrt{2}$.

b.

$$\Omega H^2 = \left(\frac{3}{5} - 2\right)^2 + \left(\frac{11}{5} - 2\right)^2$$

$$= \left(-\frac{7}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{49}{25} + \frac{1}{25} = \frac{50}{25} = 2$$

Donc $\Omega H = \sqrt{2} = r$.
Ainsi, H appartient au cercle.