L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISE

Exercice 1 (13 points)

Question 1

$C(2) = 0,02 \times 2^3 - 0,135 \times 2^2 + 0,6 \times 2 + 15 = 15,74$

Réponse a.

Question 2

On peut affirmer que:

La fonction est toujours positive ou nulle donc son discriminant est nul et $a < 0$

Réponse c.

Question 3

Réponse d.

Exercice 2 (10 points)

On considère la fonction f *définie sur* $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = x^3 + 7x^2 + 11x - 19$.

On note $\mathcal{C}$ *sa courbe représentative dans un repère* $(O; \overrightarrow{i}\,; \overrightarrow{j})$ *du plan.*

1. *On note* f' *la fonction dérivée de la fonction* f *sur* $\mathbb{R}$.

   $f'(x) = 3x^2 + 7 \times 2x + 11 \times 1 = 3x^2 + 14x + 11$.

2. *On cherche d'abord si le polynôme admet des racines dans* $\mathbb{R}$.

   $\Delta = b^2 - 4ac = 14^2 - 4 \times 3 \times 11 = 196 - 132 = 64 = 8^2$

   Le discriminant est positif donc le polynôme admet deux racines réelles:

   $x' = \dfrac{-b - \sqrt{\delta}}{2a} = \dfrac{-14 - 8}{6} = \dfrac{-22}{6} = \dfrac{-11}{3}$ et $x'' = \dfrac{-b + \sqrt{\delta}}{2a} = \dfrac{-14 + 8}{6} = \dfrac{-6}{6} = -1$.

   On en déduit le signe du polynôme $3x^2 + 14x + 11$ *qui est du signe de* $a = 3$ *donc positif, à l'extérieur des racines:*

x	$-\infty$		$-\frac{11}{3}$		-1		$+\infty$
$3x^2 + 14x + 11$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   On cherche les extrémums: $f\left(-\frac{11}{3}\right) = -\frac{392}{27}$ *et* $f(-1) = -24$.

   On établit le tableau de variations de la fonction f.

x	$-\infty$		$-\frac{11}{3}$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$-\frac{392}{27}$	$\searrow$	-24	$\nearrow$	

3. *La tangente à la courbe* $\mathcal{C}$ *au point d'abscisse* 0 *a pour équation* $y = f(0) + f'(0)\,(x - 0)$.

   $f(x) = x^3 + 7x^2 + 11x - 19$ *donc* $f(0) = -19$; $f'(x) = 3x^2 + 14x + 11$ *donc* $f'(0) = 11$.

   La tangente a pour équation: $y = -19 + 11\,(x - 0)$ *c'est-à-dire* $y = 11x - 19$.

4. *Soit l'équation* $x^3 + 7x^2 + 11x - 19 = 0$.

   $1^3 + 7\times 1^2 + 11\times 1 - 19 = 19 - 19 = 0$ *donc 1 est solution de l'équation* $x^3 + 7x^2 + 11x - 19 = 0$.

   Par identification , $f(x) = (x-1)(x^2 + 8x + 19)$

5. *Étudier le signe de la fonction* f *revient à étudier le signe de* $f(x) = (x-1)(x^2+8x+19)$, *donc le signe de chacun des facteurs.*

   - $x - 1 > 0 \iff x > 1$
   - *Pour étudier le signe de* $x^2 + 8x + 19$, *on cherche si ce polynôme a des racines.* $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 19 = -12 < 0$ *donc le polynôme n'a pas de racine, il garde donc un signe constant, celui du coefficient de* x^2; *il est donc toujours positif.*

   On établit le tableau de signes de la fonction f:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$	
$x^2+8x+19$		$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	

   Donc $x \in]1; +\infty[$

Exercice 3 (7 points)

1. *Placer sur le cercle trigonométrique donné en annexe les points A et B tels que :*

   (a) $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OA}) = \dfrac{7\pi}{3}$ *rad*

   (b) $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OB}) = -\dfrac{11\pi}{4}$ *rad*

2. *Déterminer cosx pour* $x \in]\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi]$ *sachant que* $sinx = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

   $cos^2x + sin^2x = 1 \iff cos^2x = \dfrac{1}{2}$ *donc* $cosx = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3. *Déterminer x tel que* $x \in]\dfrac{3\pi}{2}; 2\pi]$ *et* $cosx = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

   $x = \dfrac{11\pi}{6}$

4. *Résoudre :* $sin x > \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ *pour* $x \in [0; 2\pi[$

   $x \in]\dfrac{\pi}{3}; \dfrac{2\pi}{3}[$

ANNEXE