

L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISE

Exercice 1 (13 points)

Question 1

$$C(2) = 0,02 \times 2^3 - 0,135 \times 2^2 + 0,6 \times 2 + 15 = 15,74$$

Réponse a.

Question 2

On peut affirmer que:

La fonction est toujours positive ou nulle donc son discriminant est nul et $a < 0$

Réponse c.

Question 3

Réponse d.

Exercice 2 (10 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 7x^2 + 11x - 19$.

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur \mathbb{R} .

$$f'(x) = 3x^2 + 7 \times 2x + 11 \times 1 = 3x^2 + 14x + 11.$$

2. On cherche d'abord si le polynôme admet des racines dans \mathbb{R} .

$$\Delta = b^2 - 4ac = 14^2 - 4 \times 3 \times 11 = 196 - 132 = 64 = 8^2$$

Le discriminant est positif donc le polynôme admet deux racines réelles:

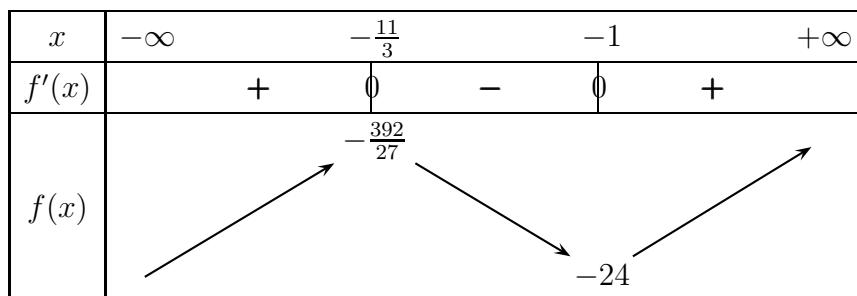
$$x' = \frac{-b - \sqrt{\delta}}{2a} = \frac{-14 - 8}{6} = \frac{-22}{6} = \frac{-11}{3} \text{ et } x'' = \frac{-b + \sqrt{\delta}}{2a} = \frac{-14 + 8}{6} = \frac{-6}{6} = -1.$$

On en déduit le signe du polynôme $3x^2 + 14x + 11$ qui est du signe de $a = 3$ donc positif, à l'extérieur des racines:

x	$-\infty$	$-\frac{11}{3}$	-1	$+\infty$
$3x^2 + 14x + 11$	+	0	-	0

On cherche les extréums: $f\left(-\frac{11}{3}\right) = -\frac{392}{27}$ et $f(-1) = -24$.

On établit le tableau de variations de la fonction f .



3. La tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0 a pour équation $y = f(0) + f'(0)(x - 0)$.
 $f(x) = x^3 + 7x^2 + 11x - 19$ donc $f(0) = -19$; $f'(x) = 3x^2 + 14x + 11$ donc $f'(0) = 11$.
La tangente a pour équation: $y = -19 + 11(x - 0)$ c'est-à-dire $y = 11x - 19$.

4. Soit l'équation $x^3 + 7x^2 + 11x - 19 = 0$.

$$1^3 + 7 \times 1^2 + 11 \times 1 - 19 = 19 - 19 = 0 \text{ donc } 1 \text{ est solution de l'équation } x^3 + 7x^2 + 11x - 19 = 0.$$

Par identification , $f(x) = (x - 1)(x^2 + 8x + 19)$

5. Étudier le signe de la fonction f revient à étudier le signe de $f(x) = (x - 1)(x^2 + 8x + 19)$, donc le signe de chacun des facteurs.

- $x - 1 > 0 \iff x > 1$
- Pour étudier le signe de $x^2 + 8x + 19$, on cherche si ce polynôme a des racines.
 $\Delta = 8^2 - 4 \times 1 \times 19 = -12 < 0$ donc le polynôme n'a pas de racine, il garde donc un signe constant, celui du coefficient de x^2 ; il est donc toujours positif.

On établit le tableau de signes de la fonction f :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x - 1$	-	0	+
$x^2 + 8x + 19$	+		+
$f(x)$	-	0	+

Donc $x \in]1; +\infty[$

Exercice 3 (7 points)

1. Placer sur le cercle trigonométrique donné en annexe les points A et B tels que :

$$(a) (\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OA}) = \frac{7\pi}{3} \text{ rad}$$

$$(b) (\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OB}) = -\frac{11\pi}{4} \text{ rad}$$

2. Déterminer $\cos x$ pour $x \in]\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ sachant que $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \iff \cos^2 x = \frac{1}{2} \text{ donc } \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

3. Déterminer x tel que $x \in]\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ et $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$x = \frac{11\pi}{6}$$

4. Résoudre : $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ pour $x \in [0; 2\pi[$

$$x \in]\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}[$$

ANNEXE

