

Spécialité Mathématiques – Sujet

Classe de première – Durée : 2 heures

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un QCM. Pour chaque question, une seule réponse est exacte.

Question 1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 2)e^x$.

La dérivée f' est :

- a. $f'(x) = e^x$ b. $f'(x) = (x - 1)e^x$ c. $f'(x) = (x - 2)e^x$ d. $f'(x) = -xe^x$

Question 2

Pour tous réels a et b , on a :

$$\frac{e^a}{e^b} =$$

- a. e^{a+b} b. e^{a-b} c. e^{b-a} d. e^{ab}

Question 3

On considère une suite arithmétique (u_n) telle que $u_2 = 5$ et $u_5 = 11$.

Alors u_0 et la raison r sont :

- a. $u_0 = 1$ et $r = 2$ b. $u_0 = 3$ et $r = 2$ c. $u_0 = 5$ et $r = 3$ d. $u_0 = 1$ et $r = 3$

Question 4

On considère le programme Python suivant :

```
s = 0
for i in range(41):
s = s + i
```

La valeur de s est :

- a. 820 b. 840 c. 861 d. 900

Question 5

On considère la somme :

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

Sa valeur exacte est :

- a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{11}\right)$ c. $\frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right)$ d. $2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$

Exercice 2 (5 points)

On modélise la puissance (en Watt) fournie par un sportif par la fonction f définie sur $[0; 3,6]$ par :

$$f(x) = (-6x + 30)e^x$$

1. Déterminer la dérivée de f
2. Étudier le signe de $f'(x)$ puis en déduire les variations de f .
3. Déterminer la valeur exacte du maximum de f .
4. On suppose que la performance maximale augmente de 4% chaque mois.
Au bout de combien de mois dépassera-t-elle 500 W ?

Exercice 3 (5 points)

Dans un magasin, un client peut acheter au plus un ordinateur et au plus une imprimante. 30 % des clients achètent un ordinateur. 40 % des clients ayant acheté un ordinateur achètent également une imprimante. Parmi les clients qui n'ont pas acheté d'ordinateur, 20 % achètent une imprimante.

On note : O : acheter un ordinateur, I : acheter une imprimante

1. Construire un arbre pondéré.
 2. Calculer $P(O \cap I)$.
 3. Montrer que $P(I) = 0,26$.
 4. Un ordinateur coûte 800 euros et une imprimante 200 euros.
On note X la dépense du client.
- a. Compléter la loi de X :

x_i	0	200	800	1000
$P(X = x_i)$				

- b. Calculer l'espérance de X . Interpréter le résultat .

Exercice 4 (5 points)

On considère la droite D d'équation :

$$2x - y + 1 = 0$$

1. Vérifier que le point $A(1; 3)$ appartient à D .
2. Déterminer une équation de la droite D' passant par $B(3; 1)$ et perpendiculaire à D .
3. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de B sur D .
4. On considère le cercle de diamètre $[AB]$.
 - (a) Déterminer son centre et son rayon
 - (b) Le point H appartient-il au cercle ?