Corrigé limites exponentielle

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x+x^5}{x^3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^3}+x^2 = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^3} = +\infty$ par croissance comparée

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}+e^x+1 = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x}+e^x+1 = 1$ car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x} = \lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{2+e^x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{e^x\left(\dfrac{2}{e^x}+1\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{1+\dfrac{2}{e^x}} = 1$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{e^x} = 0$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{2+e^x} = 0$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x-2}{e^x+1} = -2$ car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$;

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x-2}{e^x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x\left(1-\dfrac{2}{e^x}\right)}{e^x\left(1+\dfrac{1}{e^x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1-\dfrac{2}{e^x}}{1+\dfrac{1}{e^x}} = 1$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{e^x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{e^x} = 0$

5) $\lim\limits_{x\to-\infty} 3xe^{-x} = -\infty$ par calcul direct ;

$\lim\limits_{x\to+\infty} 3xe^{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} -3(-xe^{-x}) = 0$ par croissance comparée

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} x+3+xe^x = +\infty$ par calcul direct ;

$\lim\limits_{x\to-\infty} x+3+xe^x = -\infty$ car $\lim\limits_{x\to-\infty} x\,e^x = 0$ par croissance comparée

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} x+1+\dfrac{3}{e^x+1} = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3}{e^x+1} = 0$ puisque $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x+1 = +\infty$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} x+1+\dfrac{3}{e^x+1} = -\infty$ car $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3}{e^x+1} = 3$ puisque $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x}\times\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}} = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ par croissance comparée et $\lim\limits_{x\to+\infty} 1-\dfrac{1}{x} = 1$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{x-1} = 0$ par calcul direct

9) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}}{2x}\times 2 = +\infty$ par croissance comparée ;

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^{2x}}{x} = 0$ par calcul direct

10) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{7x}{e^x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{e^x}\times\dfrac{7}{1-\dfrac{1}{e^x}} = 0$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ par croissance comparée ;

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{7x}{e^x-1} = +\infty$ par calcul direct

Corrigé limites exponentielle

11) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{u\to+\infty} e^u = +\infty$

donc $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x^2} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x^2} = +\infty$

12) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{3x}-3}{e^x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{3x}\left(1-\dfrac{3}{e^{3x}}\right)}{e^x\left(1+\dfrac{1}{e^x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}\dfrac{1-\dfrac{3}{e^{3x}}}{1+\dfrac{1}{e^x}} = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3}{e^{3x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{e^x} = 0$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^{3x}-3}{e^x+1} = -3$ car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{3x} = \lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

13) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^{-x}}{e^{2x}+5} = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x} = 0$;

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{-x}}{e^{2x}+5} = 0$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x} = +\infty$

14) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x+1}{x+3} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}} = 2$ et $\lim\limits_{u\to 2} e^u = e^2$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \exp\left(\dfrac{2x+1}{x+3}\right) = e^2$ et

$\lim\limits_{x\to-\infty} \exp\left(\dfrac{2x+1}{x+3}\right) = e^2$

15) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ et $\lim\limits_{u\to 0} e^u = e^0 = 1$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$

et $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{\frac{1}{x}} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}} = -\infty$

16) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{3x} - e^{2x} - 1 = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{3x}\left(1 - e^{-x} - e^{-3x}\right) = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-3x} = 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^{3x} - e^{2x} - 1 = -1$ car $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{3x} = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x} = 0$

17) $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{e^x}{x-1} = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to1^+} x - 1 = 0^+$ et $\lim\limits_{x\to1^+} e^x = e$;

$\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{e^x}{x-1} = -\infty$ car $\lim\limits_{x\to1^-} x - 1 = 0^-$.

18) $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{e^x}{x} = -\infty$

19) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x - e^0}{x-0} = \lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x - 1}{x} = e^0 = 1$ donc $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{7x}{e^x - 1} = 7$

20) $\lim\limits_{x\to0} \cos x = 1$ donc $\lim\limits_{x\to0} e^{\cos x} = e$

21) $\lim\limits_{x\to+\infty} -(x^2 + 3x) = -\infty$ et $\lim\limits_{u\to-\infty} e^u = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-(x^2+3x)} = 0$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} -(x^2 + 3x) = \lim\limits_{x\to-\infty} -x^2\left(1+\dfrac{3}{x}\right) = -\infty$ et $\lim\limits_{u\to-\infty} e^u = 0$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-(x^2+3x)} = 0$

Corrigé limites exponentielle

22) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ et $\lim\limits_{u\to 0} e^u = e^0 = 1$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$;

$\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{u\to+\infty} e^u = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty$;

$\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$ et $\lim\limits_{u\to-\infty} e^u = 0$ donc $\lim\limits_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0$

23) $\lim\limits_{x\to+\infty} 1 - 2\,x = -\infty$ et $\lim\limits_{u\to-\infty} e^u = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{1-2x} = 0$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} 1 - 2x = +\infty$ et $\lim\limits_{u\to+\infty} e^u = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{1-2x} = +\infty$

24) $\lim\limits_{x\to+\infty} -\,x^2 = \lim\limits_{x\to-\infty} -\,x^2 = -\infty$ et $\lim\limits_{u\to-\infty} e^u = 0$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x^2} = 0$

25) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x+1} = 1$ car $\dfrac{x}{x+1} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{x}}$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{x}{x+1}} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{x}{x+1}} = e$;

$\lim\limits_{x\to-1^+} \dfrac{x}{x+1} = -\infty$ et $\lim\limits_{u\to-\infty} e^u = 0$ donc $\lim\limits_{x\to-1^+} e^{\frac{x}{x+1}} = 0$;

$\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{x}{x+1} = +\infty$ et $\lim\limits_{u\to+\infty} e^u = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to-1^-} e^{\frac{x}{x+1}} = +\infty$

26) $f(x) = x^2 + 2 - e^x = e^x\left(\dfrac{x^2}{e^x} + \dfrac{2}{e^x} - 1\right)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{e^x} = 0$ par croissance comparée ,

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{e^x} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{e^x} + \dfrac{2}{e^x} - 1 = -1$ et donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

27) $f(x) = \dfrac{2e^x - x}{x^2} = 2\dfrac{e^x}{x^2} - \dfrac{1}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = +\infty$ par croissance comparée et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$

donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

28) $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt{x}} = \dfrac{e^x}{x} \times \sqrt{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ par croissance comparée donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$