Corrigé des dérivées

1) $x(x^2-3x+3)$: on pose u = x et v = x² - 3x + 3 et on applique la formule uv : on obtient $1(x^2-3x+3)+x(2x-3)=3x^2-6x+3$

2) $\dfrac{x^2-2x}{x^2+x+1}$: on pose u = x² - 2x et v = x² + x + 1 et on applique la formule u/v : on obtient : $\dfrac{(2x-2)(x^2+x+1)-(2x+1)(x^2-2x)}{(x^2+x+1)^2}=\dfrac{3x^2+2x-2}{(x^2+x+1)^2}$

3) $\dfrac{x^2+x-2}{x^2+x+1}$: on pose u = x² + x – 2 et v = x² + x + 1 et on utilise la formule u/v ; on obtient :
$$\frac{(2x+1)(x^2+x+1)-(2x+1)(x^2+x-2)}{(x^2+x+1)^2}=\frac{(2x+1)(x^2+x+1-x^2-x+2)}{(x^2+x+1)^2}=\frac{3(2x+1)}{(x^2+x+1)^2}$$

4) $\dfrac{(2x+1)^2}{(3x+1)^3}$: on pose u = (2x + 1)² et v = (3x + 1) ^{3} et on utilise u/v . Pour calculer u' et v' on applique la formule u^n donc u' = 2 (2) (2x + 1) = 4 (2x+ 1) et
v' = 3 (3) (3x+1)² = 9 (3x + 1)² . D'où le résultat global :
$$\frac{4(2x+1)(3x+1)^3-9(3x+1)^2(2x+1)^2}{(3x+1)^6}=\frac{(2x+1)(3x+1)^2(4(3x+1)-9(2x+1))}{(3x+1)^6}=\frac{(2x+1)(-6x-5)}{(3x+1)^4}$$

5) $\sqrt{\dfrac{x+1}{2-x}}$: on pose u = x + 1 et v = 2 – x et on utilise u/v puis on applique la formule $\sqrt{X}$ avec X = u/v . Alors , u' = 1 , v'= - 1 d'où :
$\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{1(2-x)-(-1)(x+1)}{(2-x)^2}=\dfrac{3}{(2-x)^2}$ Maintenant : ($\sqrt{X}$)' = X'/ 2 $\sqrt{X}$ donc la dérivée finale : $\dfrac{\dfrac{3}{(2-x)^2}}{2\sqrt{\dfrac{x+1}{2-x}}}=\dfrac{3}{2(2-x)^2}\times\sqrt{\dfrac{2-x}{x+1}}$

6) cos x sinx : on pose u = cos x et v = sin x et on applique uv ; d'où
– sin x sin x + cos x cos x = cos² x – sin² x

7) cos (sinx) . On est sous la forme f(sinx) avec f(x) = cos x .
D'où la dérivée : cos x (- sin(sin x))
Attention à ne pas confondre fonction de et multiplication

8) $\dfrac{2-\cos x}{2+\cos x}$: on pose u = 2 – cos x et v = 2 + cos x et on applique u/v d'où :
$$\frac{\sin x(2+\cos x)-(-\sin x)(2-\cos x)}{(2+\cos x)^2}=\frac{4\sin x}{(2+\cos x)^2}$$

9) $\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$: on pose u = x et v = 1 + $\sqrt{x}$ et on applique u/v . D'abord : v' = $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ d'où la dérivée finale : $\dfrac{1(1+\sqrt{x})-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}(x)}{(1+\sqrt{x})^2}=\dfrac{2\sqrt{x}+2x-x}{2\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{x}+x}{2\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

10) $\left(\sqrt{x}+2\right)^3$: c'est la formule u^n d'où : $3\left(\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(\sqrt{x}+2\right)^2$

11) $\sqrt{2+\cos x}$: c'est la formule $\sqrt{u}$ d'où : $\dfrac{-\sin x}{2\sqrt{2+\cos x}}$

12) $\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$: u = 1 – x et v = 1 + x ; commençons par calculer la dérivée de u/v :

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{-1-x-1+x}{(1+x)^2} = \dfrac{-2}{(1+x)^2}$. Et maintenant la dérivée de la racine :

$$\dfrac{\dfrac{-2}{(1+x)^2}}{2\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}} = -\dfrac{1}{(1+x)^2}\times\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$$

13) $(3x-1)^2(1-2x)^3$: on pose u = (3x – 1)² et v = (1 – 2x)^3 et on applique uv . D'où :

$2(3)(3x-1)(1-2x)^3+3(-2)(1-2x)^2(3x-1)^2 = 6(3x-1)(1-2x)^2(1-2x-3x+1)$

$= 6(3x-1)(1-2x)^2(2-5x)$

14) $x^5+\dfrac{1}{2}x^4-2x^3+5x-1$: dérivée d'un polynôme : 5 x^4 + 2 x ^{3} – 6x + 5

15) $(3x-1)\sqrt{x}$: on pose u = 3x – 1 et v = $\sqrt{x}$ et on applique la formule uv ; on obtient :

$3\sqrt{x}+(3x-1)\dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{9x-1}{2\sqrt{x}}$

16) $\dfrac{x^2+x+1}{x+2}$: on pose u = x² + x + 1 et v = x + 2 et on utilise u/v ; d'où :

$\dfrac{(2x+1)(x+2)-(x^2+x+1)}{(x+2)^2} = \dfrac{x^2+4x+1}{(x+2)^2}$

17) $\dfrac{1+\cos x}{1-\sin x}$: on pose u = 1 + cos x et v = 1 – sin x et on utilise u/v ; on obtient :

$\dfrac{-\sin x(1-\sin x)-(-\cos x)(1+\cos x)}{(1-\sin x)^2} = \dfrac{-\sin x+\sin^2 x+\cos x+\cos^2 x}{(1-\sin x)^2} = \dfrac{1-\sin x+\cos x}{(1-\sin x)^2}$

18) $\dfrac{1}{3x^2+5}$: on pose u = 3x² + 5 et on utilise la formule 1 / u ; on obtient : $-\dfrac{6x}{(3x^2+5)^2}$

19) $\left(x^2+3x-1\right)^2$; on pose u = x² + 3x – 1 et on utilise u^n ; on obtient :

$2(2x+3)(x^2+3x-1)$

20) $(2x^2+x-1)^4$; on pose u = 2x² + x – 1 et on utilise la formule u^n ; on obtient :

$4(4x+1)(2x^2+x-1)^3$

21) $\sqrt{x^6+2}$; on pose u = x^6 + 2 et on utilise la formule $\sqrt{u}$; on obtient :

$\dfrac{6x^5}{2\sqrt{x^6+2}} = \dfrac{3x^5}{\sqrt{x^6+2}}$

22) $\sin(1-x^2)$; on pose u = 1 – x² et f(x) = sin x et on applique la formule f(u(x)) ; on obtient : $-2x\cos(1-x^2)$

23) $\left(\dfrac{3x-4}{x-1}\right)^3$: on pose u = 3x – 4 et v = x – 1 ; on utilise la formule u/v puis la formule X^n avec X = u/v . $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{3(x-1)-(3x-4)}{(x-1)^2} = \dfrac{1}{(x-1)^2}$. D'où la dérivée finale :

$$3\left(\frac{1}{(x-1)^2}\right)\left(\frac{3x-4}{x-1}\right)^2 = \frac{3(3x-4)^2}{(x-1)^3}$$

24) $\sin\left(px^2+1\right)$: on pose u = px^2+1 et f(x) = sin x et on applique la formule f(u(x)) ; on obtient : $2px\cos(px^2+1)$

25) $\cos\left(\dfrac{p}{x}\right)$: on pose u = $\dfrac{p}{x}$ et f(x) = cos x puis on applique la formule f(u(x)) d'où :

$$\frac{-p}{x^2}\left[-\sin\left(\frac{p}{x}\right)\right] = \frac{p}{x^2}\sin\left(\frac{p}{x}\right)$$

26) $\sqrt{x^2+5x+7}$; on pose u = $x^2 + 5x + 7$ et on utilise la formule $\sqrt{u}$; on obtient :

$$\frac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x+7}}$$

27) $\sqrt{\dfrac{x^3}{x-1}}$; on pose u = x^3 et v = x – 1 puis on utilise la formule u/v puis la formule X^n avec X = u/v . on obtient : $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{3x^2(x-1)-x^3}{(x-1)^2} = \dfrac{2x^3-3x^2}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2(2x-3)}{(x-1)^2}$ et

maintenant la dérivée finale : $\dfrac{\dfrac{x^2(2x-3)}{(x-1)^2}}{2\sqrt{\dfrac{x^3}{x-1}}} = \dfrac{x^2(2x-3)}{2(x-1)^2}\sqrt{\dfrac{x-1}{x^3}}$

28) $\tan^3 x$; on pose u = tan x et on utilise u^n d'où : $3(1+\tan^2 x)\tan^2 x$