

NOM	Prénom
-----	--------

1) Déterminer les valeurs de n pour lesquelles $2n - 3$ divise $3n + 5$

$2n - 3$ divise $2(3n + 5) - 3(2n - 3) = 19$ donc $2n - 3 = 1$ ou $2n - 3 = 19$ donc $n = 2$ ou $n = 11$.

Vérifions : si $n = 2$, 1 divise bien 11 et si $n = 11$, 19 divise 38.

Conclusion : les valeurs possibles de n sont 2 et 11

2) Déterminer selon les valeurs de n le reste de la division euclidienne de 5^n par 3

$$5 \equiv 2[3], 5^2 \equiv 1[3]$$

Donc : $(5^2)^k \equiv 1^k[3]$ donc $5^{2k} \equiv 1[3]$ et $5^{2k+1} = 5^{2k} \times 5 \equiv 2[3]$

3) Déterminer selon les valeurs de n le reste de la division euclidienne de $4n + 27$ par $n + 5$

$$4n + 27 = 4(n + 5) + 7$$

On doit avoir : $7 < n + 5$ donc $n > 2$

Si $n = 0$, $27 = 5(5) + 2$

Si $n = 1$, $31 = 6(5) + 1$

Si $n = 2$, $35 = 7(5) + 0$

Conclusion : si $n = 0$, le reste est 2 ; si $n = 1$, le reste est 1 ; si $n = 2$, le reste est 0 et si $n > 2$, le reste est 7.

4) On suppose que $a \equiv b [n]$. Montrer que $a^p \equiv b^p [n]$ pour p entier naturel non nul.

Cf cours.