

Exercice 1 (12 points)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On réalisera une figure en prenant 4 cm comme unité graphique. On considère le point A d'affixe $a = 1$

Partie A

Soit k un réel strictement positif. Soit f la similitude directe de centre O de rapport k et d'angle $\frac{\pi}{3}$. On note $A_0 = A$ et pour tout entier naturel n , $A_{n+1} = f(A_n)$

- 1) a) Etant donné un point M d'affixe z , déterminer en fonction de z l'affixe z' du point M' image de M par f
- b) Construire les points A_0, A_1, A_2 et A_3 dans le cas particulier où k est égal à $\frac{1}{2}$
- 2) a) Démontrer par récurrence que pour tout entier n , l'affixe z_n du point A_n est égale à :

$$z_n = k^n e^{\frac{in\pi}{3}}$$

- b) En déduire les valeurs de n pour lesquelles le point A_n appartient à la demi droite $[O; \vec{u})$ et dans ce cas, déterminer en fonction de k et de n l'abscisse de A_n

Partie B

Dans cette partie toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation

Désormais k désigne un entier naturel non nul.

- 1) Donner la décomposition en facteurs premiers de 2008
- 2) Déterminer en expliquant la méthode choisie, la plus petite valeur de l'entier naturel k pour laquelle k^6 est un multiple de 2008
- 3) Pour quelles valeurs des entiers n et k , le point A_n appartient-il à la demi droite $[O; \vec{u})$ avec pour abscisse un nombre entier multiple de 2008 ?

Exercice 2 (5 points)

Dans cet exercice toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation

Soient a et b deux nombres entiers naturels inférieurs ou égaux à 9 avec a non nul. On considère le nombre $N = a \times 10^3 + b$. On rappelle qu'en base 10 : $N = \overline{a00b}$

On se propose de déterminer parmi ces N ceux qui sont divisibles par 7

- 1) Vérifier que $10^3 \equiv -1[7]$
- 2) En déduire tous les nombres entiers N cherchés

Exercice 3 (3 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une justification de la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise réponse enlève 0,5 point. Si le total est négatif, il est ramené à 0.

- 1) Le reste de la division euclidienne de 2011^{2011} par 7 est 2
- 2) Soient a et b deux nombres entiers relatifs non nuls, s'il existe un couple de nombres entiers relatifs (u, v) tel que $ua + vb = 3$, alors $\text{PGCD}(a, b) = 3$
- 3) Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 5. L'entier $n^2 - 3n - 10$ n'est jamais un nombre premier.