

Exercice 1 (15 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, unité graphique 2 cm

On note A, B, C, D et E les points d'affixes respectives :

$$a = 2i; b = 2; c = 4 + 6i; d = -1 + i; e = -3 + 3i$$

- 1) Placer les points sur une figure que l'on complétera au fur et à mesure des questions
- 2) Déterminer la nature du triangle ABC
- 3) Soit f la similitude directe telle que $f(A) = D$ et $f(B) = C$
 - a) Donner l'écriture complexe de f
 - b) Déterminer l'angle, le rapport et le centre Ω d'affixe ω de cette similitude
 - c) Montrer que le triangle DAE est l'image du triangle ABC par la similitude f
 - d) En déduire la nature du triangle DAE
- 4) On désigne par Γ_1 le cercle de diamètre $[AB]$ et par Γ_2 le cercle de diamètre $[AD]$. On note M le second point d'intersection du cercle Γ_1 et de la droite (BC) et N le second point d'intersection du cercle Γ_2 et de la droite (AE)
 - a) Déterminer l'image de M par f
 - b) En déduire la nature du triangle ΩMN
 - c) Montrer que : $MB \times NE = MC \times NA$

Exercice 2 (5 points)

- 1) Résoudre : $5x - 3y = 1$ avec x et y entiers relatifs
- 2) Montrer :

$$N \equiv 11[15] \Leftrightarrow \begin{cases} N \equiv 2[3] \\ N \equiv 1[5] \end{cases}$$

- 3) Existe-t-il un entier naturel n tel que : $12^n \equiv 1[5]$?
- 4) Existe-t-il un entier naturel n tel que : $12^n \equiv 11[15]$?