

Exercice 1 (7 points)

- 1) a) Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs (x, y) solutions de l'équation (E) : $8x - 5y = 3$
- b) Soit m un nombre entier relatif tel qu'il existe un couple (p, q) de nombres entiers vérifiant : $m = 8p + 1$ et $m = 5q + 4$. Montrer que (p, q) est solution de l'équation (E) et en déduire que $m \equiv 9[40]$
- c) Déterminer le plus petit de ces entiers m supérieurs à 2000.
- 2) a) Démontrer que pour tout entier naturel k , on a : $2^{3k} \equiv 1[7]$
- b) Quel est le reste dans la division euclidienne de 2^{2009} par 7 ?

Exercice 2 (7 points)

- 1) Déterminer un couple solution de : $91x + 10y = 1$
- 2) En déduire une solution particulière de (E) : $91x + 10y = 412$
- 3) Résoudre (E)
- 4) Montrer que pour tout entier naturel n , $A_n = 3^{2n} - 1$ est divisible par 8
- 5) Résoudre : $A_3x + A_2y = 3296$

Exercice 3 (6 points)

Soit le système suivant avec x entier relatif :

$$\begin{cases} x \equiv 5[7] \\ x \equiv 3[13] \end{cases}$$

- 1) Montrer que la résolution de ce système se ramène à résoudre l'équation :

$$7u - 13v = -2$$

- 2) Résoudre cette équation et en déduire les solutions du système