DS n° 1 Terminale S ***17 / 10 / 2011***

Mathématiques spécialité

<u>Exercice 1</u> ***(12 points)***

On considère les suites $(x_n)\ et\ (y_n)$ définies par $x_0 = 1\ et\ y_0 = 8$ et :

$$\begin{cases} x_{n+1} = \dfrac{7}{3}x_n + \dfrac{1}{3}y_n + 1 \\ y_{n+1} = \dfrac{20}{3}x_n + \dfrac{8}{3}y_n + 5 \end{cases}$$

1) Montrer par récurrence que les points M_n de coordonnées $(x_n; y_n)$ sont sur la droite D d'équation 5x – y + 3 = 0 .
2) En déduire que : $x_{n+1} = 4x_n + 2$
3) Montrer par récurrence que tous les x_n sont des entiers naturels . En déduire que tous les y_n sont aussi des entiers naturels .
4) Montrer que si x_n est divisible par 3 alors y_n est aussi divisible par 3
5) Montrer que si x_n et y_n ne sont pas divisibles par 3 , alors ils sont premiers entre eux .
6) Montrer par récurrence :

$$x_n = \frac{1}{3}(4^n \times 5 - 2)$$

7) En déduire que $4^n \times 5 - 2$ est un multiple de 3 pour tout entier naturel n .

<u>Exercice 2</u> ***(4 points)***

1) Déterminer en fonction de n le reste de la division euclidienne de 2^n par 5
2) En déduire le reste de la division euclidienne de $352^{14\,546}$

<u>Exercice 3</u> ***(4 points)***

1) Déterminer le reste dans la division euclidienne par n de $(n + 2)^2$
2) Déterminer le reste dans la division euclidienne par n + 4 de $(n + 2)^2$