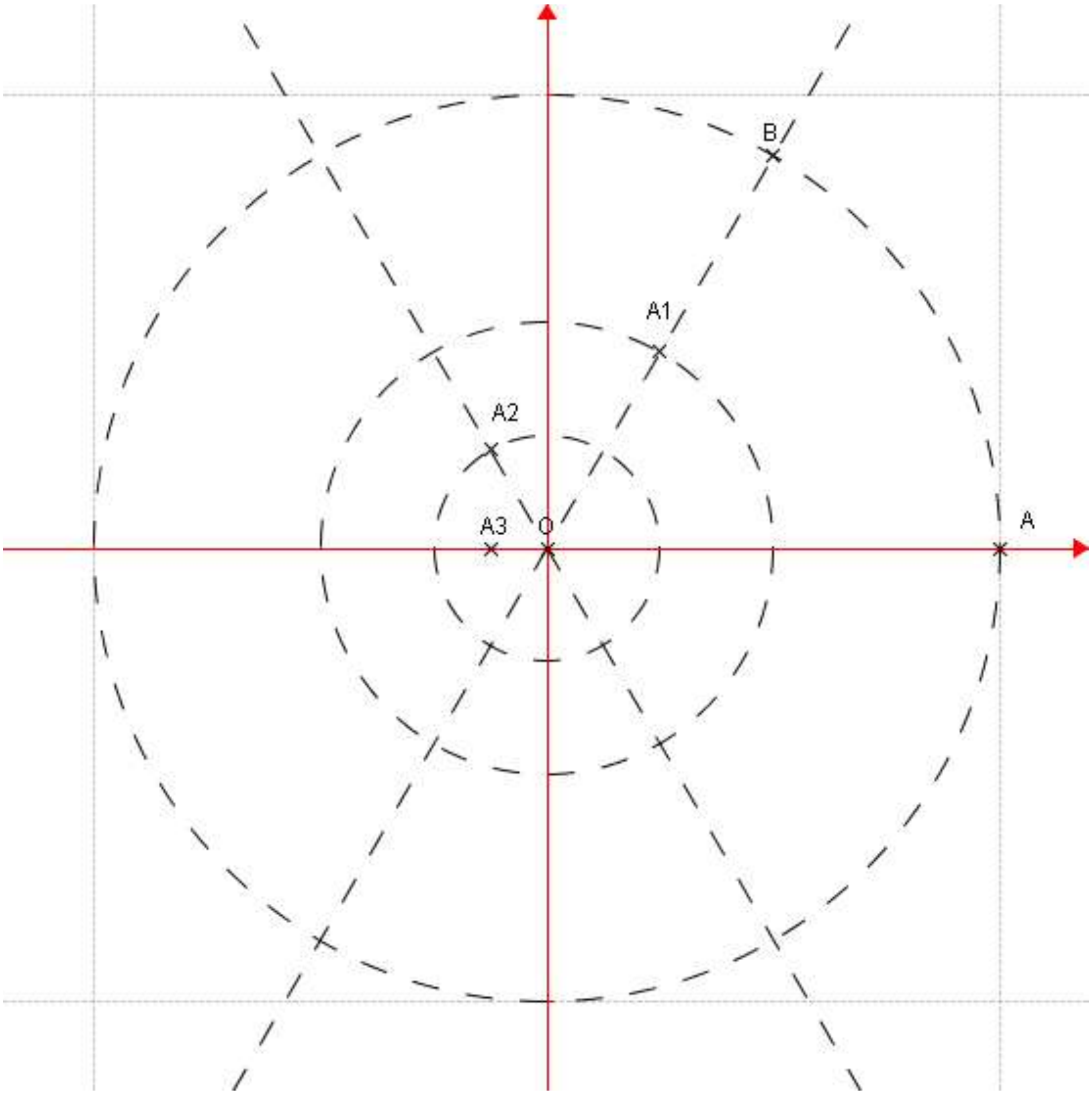
Corrigé DS n° 7 spé

Exercice 1 *12 points*



On reporte le rayon pour avoir 60° d'où le point B et on prend le milieu de [OB] pour avoir A1 .On recommence pour les autres points .

Partie A

1) L'écriture de f est : $z' - 0 = ke^{\frac{i\pi}{3}}(z - 0)$ donc $z' = ke^{\frac{i\pi}{3}}z$ *1,5 points*

2 points pour la figure

2) a) *2 points* Initialisation :

$$z_0 = k^0 e^{\frac{i0\pi}{3}} = 1\ et\ a = 1 donc\ OK$$

Hérédité : supposons qu'au rang n , la formule suivante soit vraie

$$z_n = k^n e^{\frac{in\pi}{3}}$$

Alors puisque $A_{n+1} = f(A_n)$, on a :

Corrigé DS n° 7 spé

$$z_{n+1} = z_n' = ke^{\frac{i\pi}{3}} z_n = ke^{\frac{i\pi}{3}} k^n e^{\frac{in\pi}{3}} = k^{n+1} e^{\frac{i(n+1)\pi}{3}}$$

b) *2 points* A_n est sur $[O;\vec{u})$ si $rg(z_n) = 2p\pi \Leftrightarrow \frac{n\pi}{3} = 2p\pi \Leftrightarrow n = 6p$. Autrement dit ,

$$z_n = k^{6p} e^{\frac{i6p\pi}{3}} = k^{6p}$$

Partie B

1) $2008 = 2^3 \times 251$ *1 point*
2) Un multiple de 2008 contient les mêmes facteurs premiers donc 2 et 251. Il faut donc faire apparaître 2^3 et 251 , avec les puissances les plus petites possibles , c'est-à-dire 6 puisqu'on travaille avec k^6. $2^6 \times 251^6$ sera bien un multiple de 2008 et on prend donc k = $2 \times 251 = 502$. *2 points*
3) La partie A nous dit qu'il faut que $z_n = k^{6p}$ donc on prend k = 502 et n = 6 . *1,5 points*

Exercice 2 ***5 points***

1) $10 \equiv 3[7]$ $donc$ $10^2 \equiv 9 \equiv 2[7]$ et $10^3 \equiv 6 \equiv -1[7]$ *1 point*
2) On cherche N tel que $\equiv 0[7]$; $a \times 10^3 + b \equiv -a + b[7]$. Il faut donc que $a \equiv b[7]$ autrement dit que a = b + 7k . *1,5 points*

N'oublions pas que a et b sont entre 0 et 9 avec a non nul donc :

a = b = 1 , a = 1 , b = 8 : 1001 ; 1008 ; a = b = 2 , a = 2 , b = 9 : 2002 ; 2009

a = b = 3 : 3003 ; a = b = 4 : 4004 ; a = b = 5 : 5005 ; a = b = 6 : 6006

a = b = 7 ; a = 7 et b = 0 : 7007 ; 7000

a = b = 8 ; a = 8 et b = 1 : 8008 ; 8001

a = b = 9 ; a = 9 et b = 2 : 9009 ; 9002

les 14 : 2,5 points

Exercice 3

1) *VRAI :*

$$2011 \equiv 2[7]\ donc\ 2011^3 \equiv 1[7]\ donc\ 2011^{2011} = 2011^{3\times 670} \times 2011 \equiv 2[7]$$

2) FAUX : $3 \times 6 + 5 \times (-3) = 3$ et PGCD(3 ;5) = 1
3) $n^2 - 3n - 10 \equiv n^2 + n[2] \equiv 0[2]\ si\ n\ pair$

$$\equiv 1 + 1 \equiv 0[2]\ si\ n\ impair$$

Donc VRAI car ce nombre est toujours pair .

Corrigé DS n° 7 spé