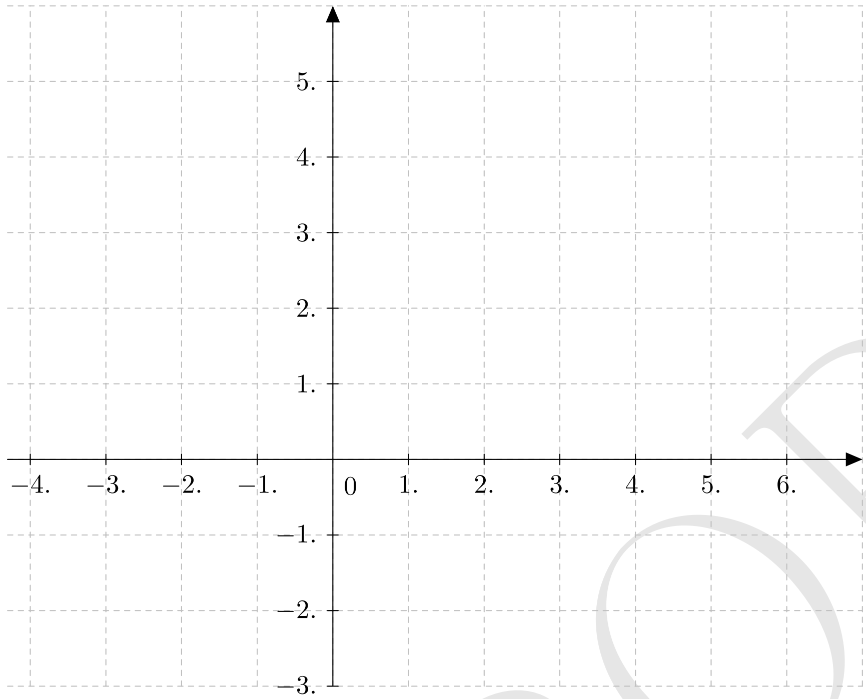
1 Coordonnées

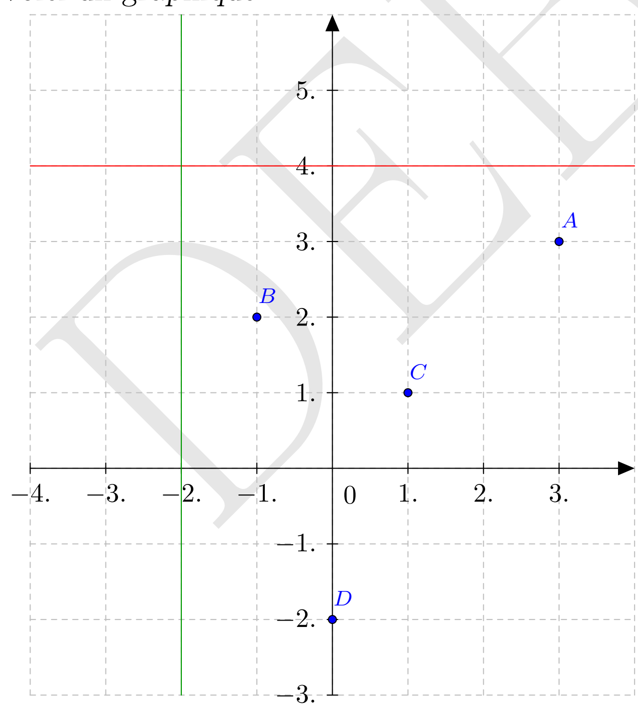
Exercice 1

Placer dans un repère les points suivants : A(2 ;5) , B(-3 ;1) , C(0 ;5) et D(-4 ;0).



Exercice 2

Voici un graphique



Lire les coordonnées des points du graphique

Quelle est la caractéristique commune des points situés sur la droite rouge ?

Quelle est la caractéristique commune des points situés sur la droite verte ?

2 Milieu , distance

A retenir

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors le milieu de [AB] a pour coordonnées $(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2})$ et la distance AB est égale à $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exercice 3

Soient les points A(1 ;5) , B(3 ;7) , C(-4 ;5) et D(2 ;8)

Calculer AB

Calculer AC

Calculer CD

Calculer BD

Calculer les coordonnées du milieu de [AB]

Calculer les coordonnées du milieu de [BC]

Calculer les coordonnées du milieu de [BD]

Exercice 4

On donne dans un repère orthonormé (O, I , J) les points A(5 ;7) , B(1 ;9) et C(9 ;5) .

Calculer les coordonnées de I milieu de [AB]

Calculer les coordonnées de J milieu de [BC]

Calculer AB , AC et BC

Que peut-on conclure pour le triangle ABC ?

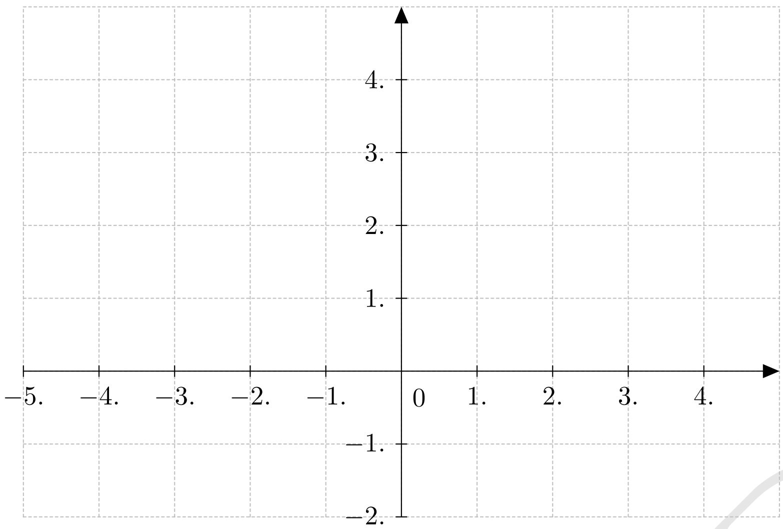
Exercice 5

Dans un repère orthonormé (O , I , J) , on donne A(-4 ;0) , B(0,4) et C(4 ;0) .

Placer les points dans le repère

Quelle conjecture peut-on faire sur la nature du triangle ABC ?

Démontrer la conjecture (on pourra calculer AB , AC et BC) .



Exercice 6

Dans un repère orthonormé (O ,I , J) on donne les points A(1 ;0) et B$(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$ *Montrer que le triangle OAB est équilatéral*

3 Parallélogrammes

> *A retenir*
>
> Quand on cherche les coordonnées du quatrième sommet d'un parallélogramme , on utilise le milieu commun des deux diagonales .

Exercice 7

On donne les points A(5 ;7) , B(3 ;8) et C(7 ;-3) . Le but de l'exercice est de trouver les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallélogramme .

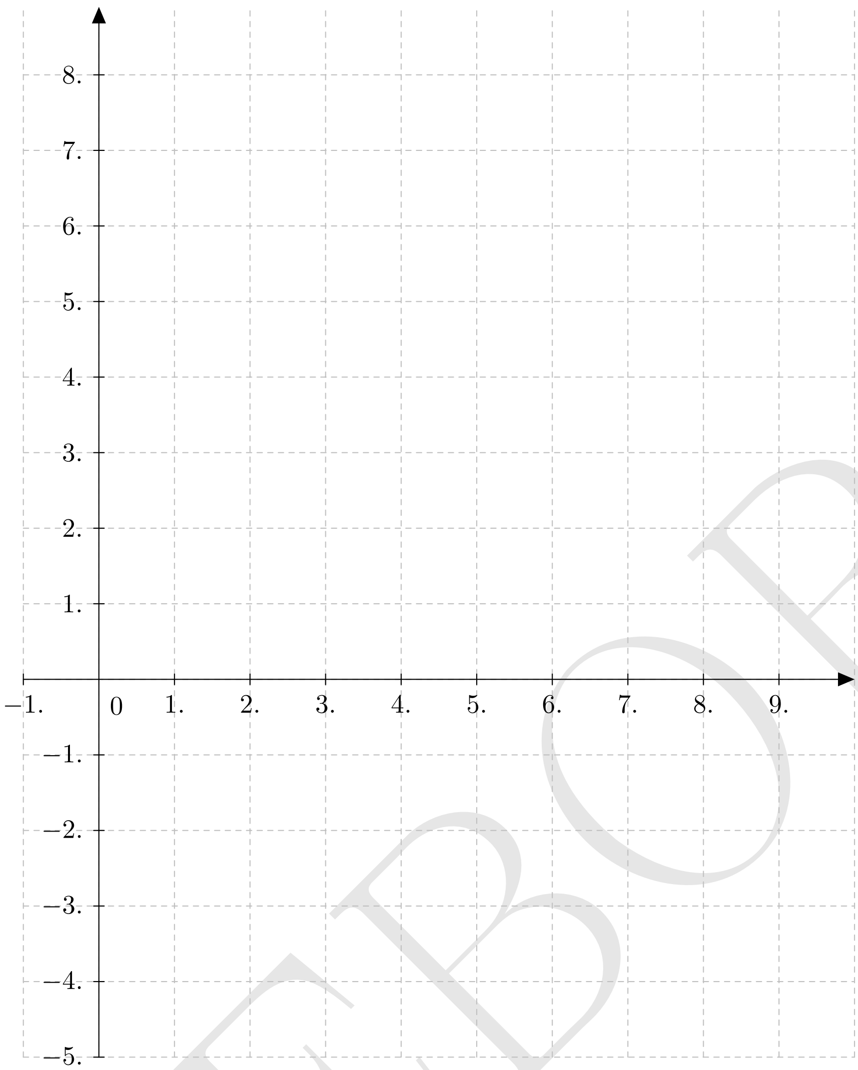
Placer les points A , B et C et tracer le parallélogramme ABCD .

Citer les diagonales .

Calculer les coordonnées du milieu I de la diagonale connue .

Ecrire la formule donnant les coordonnées du milieu de l'autre diagonale

I est donc le milieu de [AC] et [BD] . Déterminer les coordonnées de D .



Astuce

Faire le schéma même à main levée au brouillon pour voir l'ordre des lettres du parallélogramme et savoir qui sont les diagonales .

Exercice 8

Déterminer les coordonnées de G tel que EFGH soit un parallélogramme sachant que E(-3 ;4) , F(5 ;3) et H(-1 ;1) .

Exercice 9

On donne les points E(5 ;9) , F(-4 ;3) , G(-9 ;4) et H(0 ;10) . Montrer que EFGH est un parallélogramme .

Exercice 10

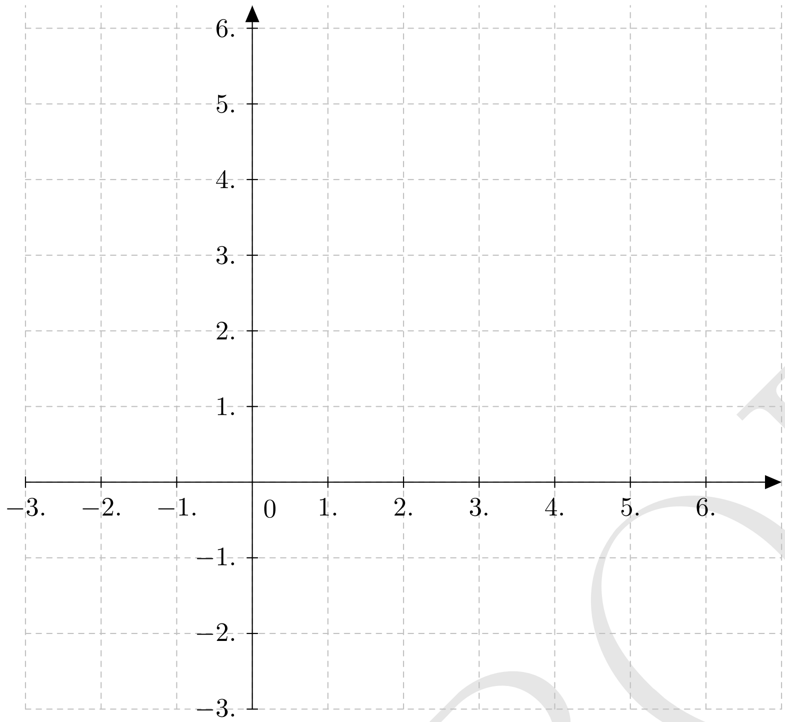
On donne les points R(1 ;5) , S(-1 ;7) , T(1 ;9) .

Déterminer les coordonnées de U tel que RSTU soit un parallélogramme .

Montrer que RSTU est un losange .

Montrer que RSTU est un carré .

Exercice 11
On donne les points A(-2 ;3) , B(1 ;-2) et C(6 ;1) .



Placer les points dans le repère

Tracer le parallélogramme ABCD

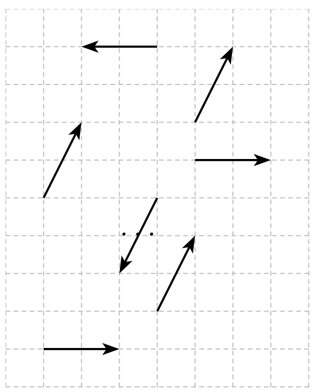
Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme .

Conjecturer la nature de ABCD .

Démontrer rigoureusement la conjecture .

4 Bases

Exercice 12
Mettre dans une même couleur les vecteurs égaux :



Exercice 13
Compléter avec les bonnes notations : $\overrightarrow{AB}$, AB , $[AB]$ *ou* (AB)

Le milieu de .... *est un point qu'on appelle* I *.*

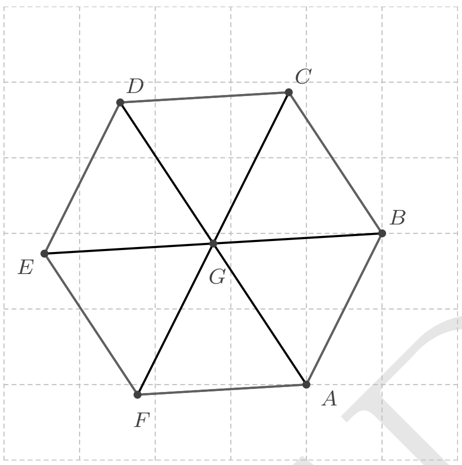
Le sens de .... *va de la gauche vers la droite .*

.... $= 4cm$

La médiatrice de .... *est l'ensemble des points équidistants de A et de B .*

On trace .... *parallèle à la droite d passant par* C *.*

Exercice 14
Dans la figure ci-dessous , citer :



Des vecteurs égaux à $\overrightarrow{DC}$

Des vecteurs égaux à $\overrightarrow{DG}$

Des vecteurs opposés à $\overrightarrow{GB}$

Des vecteurs égaux à $2\overrightarrow{CD}$

Exercice 15
Compléter :

$-\overrightarrow{AB} =$ ....

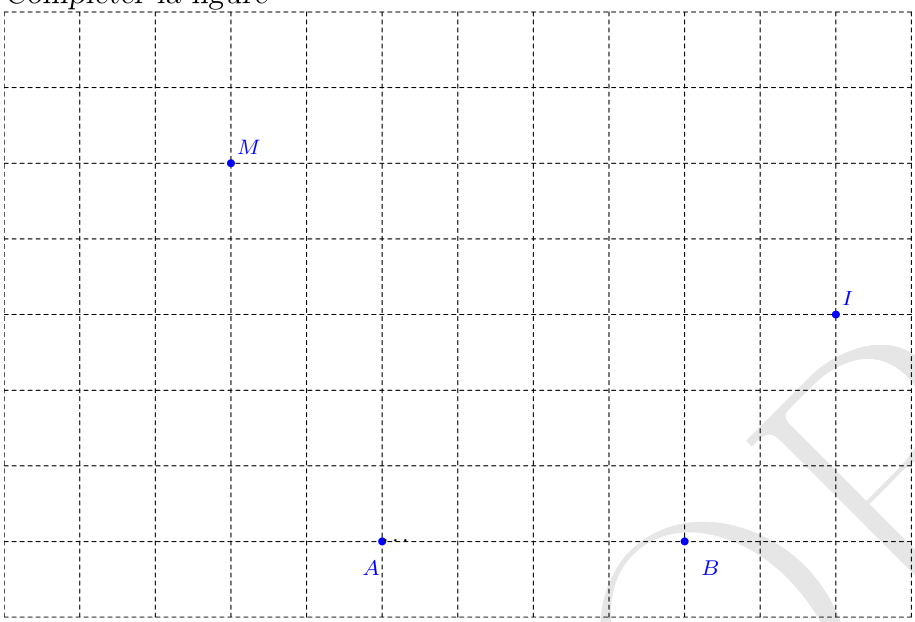
$\overrightarrow{AA} =$ ....

$-\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{GH} =$ ....

Exercice 16

ABIJ , AJML et LJFM sont des parallélogrammes .

Compléter la figure



ABIJ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{BI} =$ ....

AJML est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AJ} =$ ....

LJFM est un parallélogramme donc $\overrightarrow{LM} =$ ....

On peut donc en conclure que BIFJ est un ....
.... *car* ....
....

Exercice 17

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes , en justifiant .

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FG} \iff$ *ABFG est un parallélogramme .*

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FG} \iff$ *FGBA est un parallélogramme .*

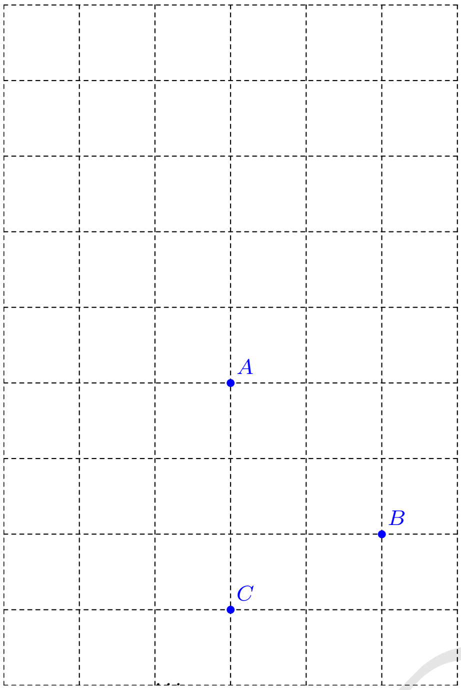
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FG} \iff AB = FG$

I milieu de $[AB] \iff IA = IB$

5 Constructions

Exercice 18

Sur la figure ci-dessous , construire :



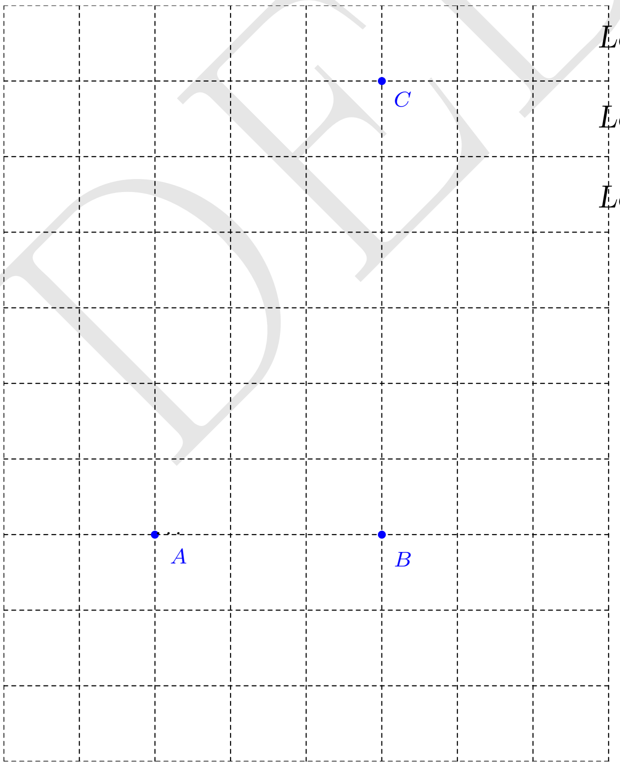
Le point D tel que $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$

Le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Le point F tel que $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{CA}$

Exercice 19

Sur la figure ci-dessous , construire :

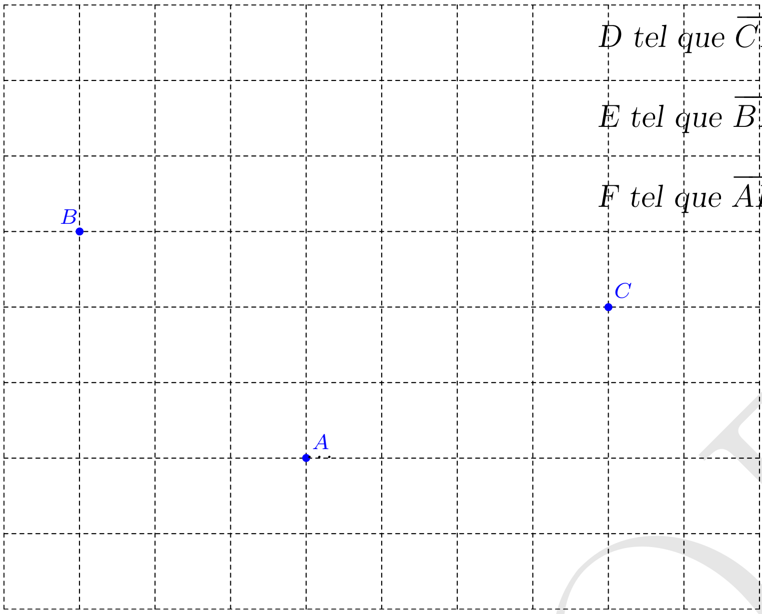


Le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

Le point F tel que $\overrightarrow{AF} = -\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$

Exercice 20
Sur la figure ci-dessous , construire :



D *tel que* $\overrightarrow{CD} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

E *tel que* $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC} - \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

F *tel que* $\overrightarrow{AF} = -\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

6 Relation de Chasles

Exercice 21
Simplifier en utilisant la relation de Chasles :

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} =$

$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} =$

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} =$

$\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} =$

$2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} =$

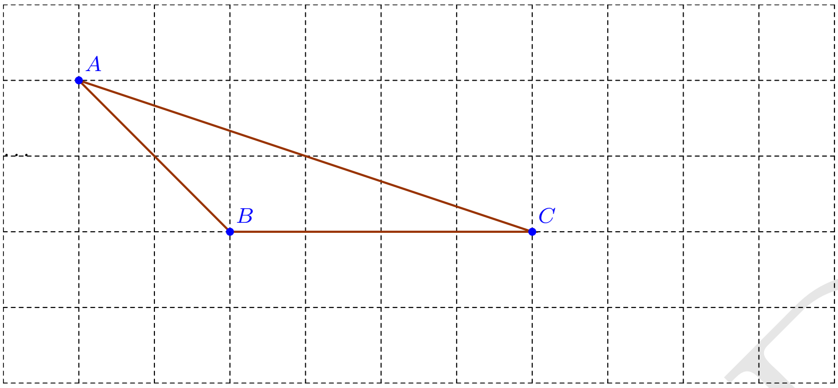
Exercice 22
Compléter

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\dots\quad} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{C\dots\quad} + \overrightarrow{D\dots\quad} = \overrightarrow{CE}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\dots\quad} + \overrightarrow{D\dots\quad} = \overrightarrow{\dots\quad C}$

Exercice 23
Soit ABC un triangle .

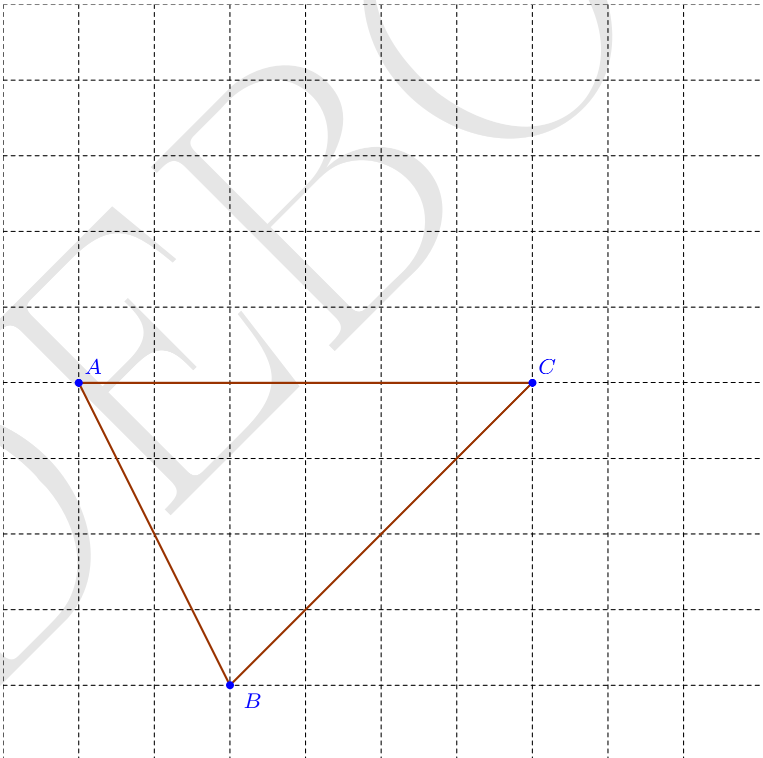


Placer D et E tels que : $\overrightarrow{AD} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

Conjecturer une expression de $\overrightarrow{AE}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AC}$

Démontrer la conjecture en commençant par $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} =$.

Exercice 24
Soit ABC *un triangle .*

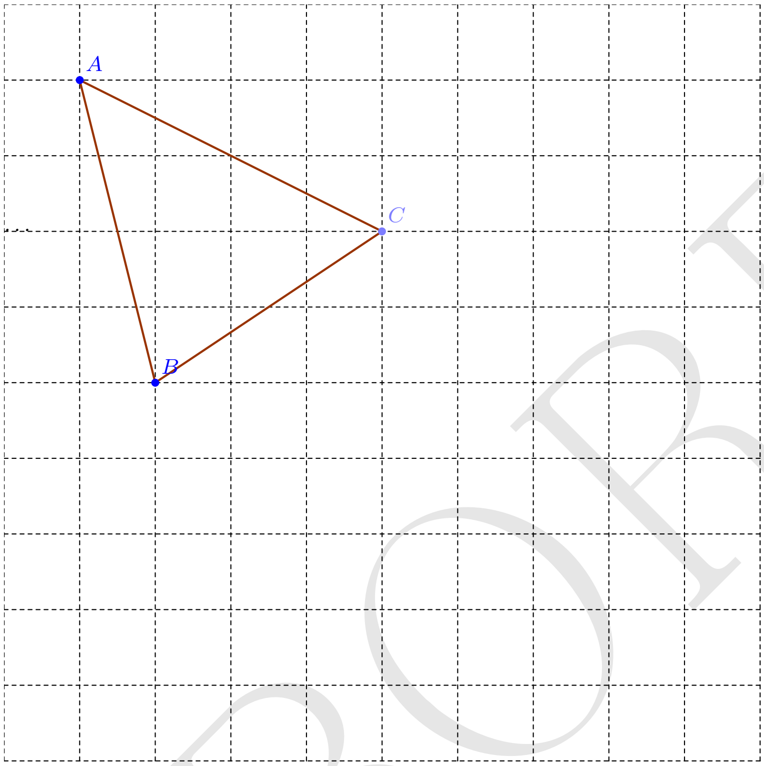


Placer D et E tels que : $\overrightarrow{AD} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AE} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$

Conjecturer une expression de $\overrightarrow{DE}$ *en fonction de* $\overrightarrow{BC}$

Démontrer la conjecture .

Exercice 25
ABC est un triangle .



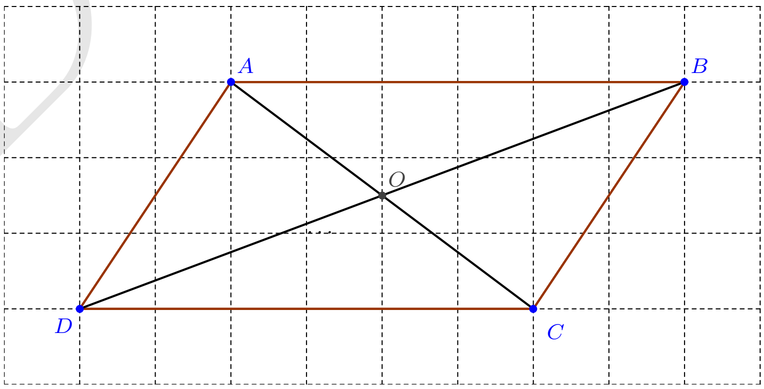
Placer D et E tels que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC}$

Conjecturer la position de C , A et D

Exprimer $\overrightarrow{AD}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AC}$ *. Pour cela , compléter* $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} =$

Démontrer la conjecture

Exercice 26
ABCD est un parallélogramme de centre O



Placer E et F tels que : $\overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{CD}$

Conjecturer la position de E , O et F

Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC}$. Pour cela , compléter : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF} =$

Exprimer $\overrightarrow{EO}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC}$. Pour cela , compléter : $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AO} =$

Démontrer la conjecture

7 Colinéarité

Exercice 27

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \implies \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires .

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \iff \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires .

A , B et C alignés $\iff \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ colinéaires .

A , B et C alignés $\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

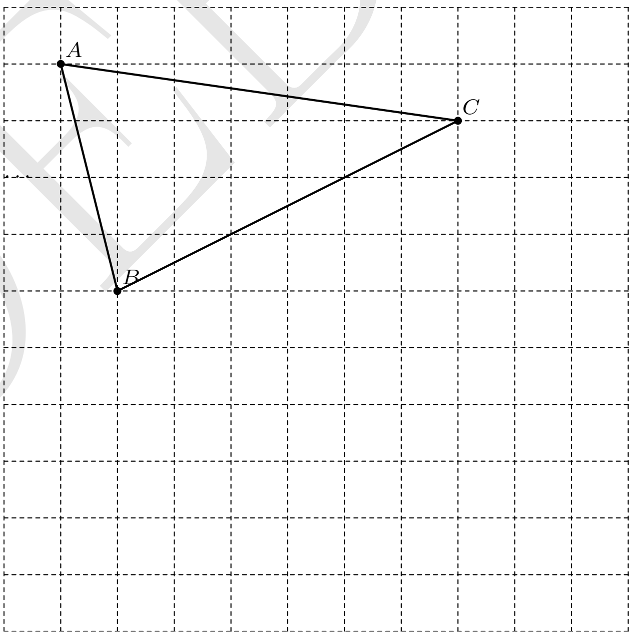
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires $\iff$ A , B , C et D sont alignés .

Astuce

Des vecteurs sont colinéaires s'ils sont proportionnels .

Exercice 28

Soit ABC un triangle



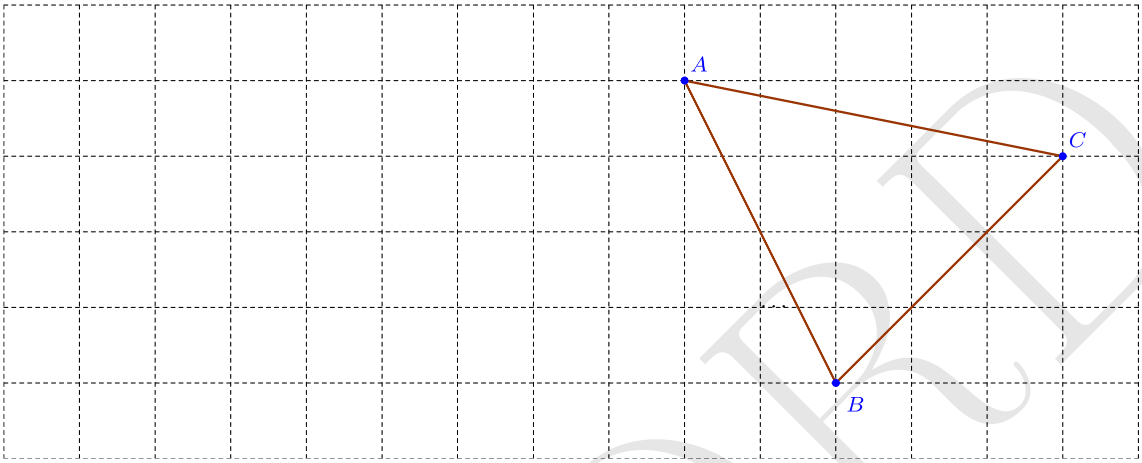
Placer les points D et E tels que $\overrightarrow{BD} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$

Que peut-on conjecturer pour les points A , D et E ?

Démontrer la conjecture

Exercice 29

ABC est un triangle et I est le milieu de $[AB]$



Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

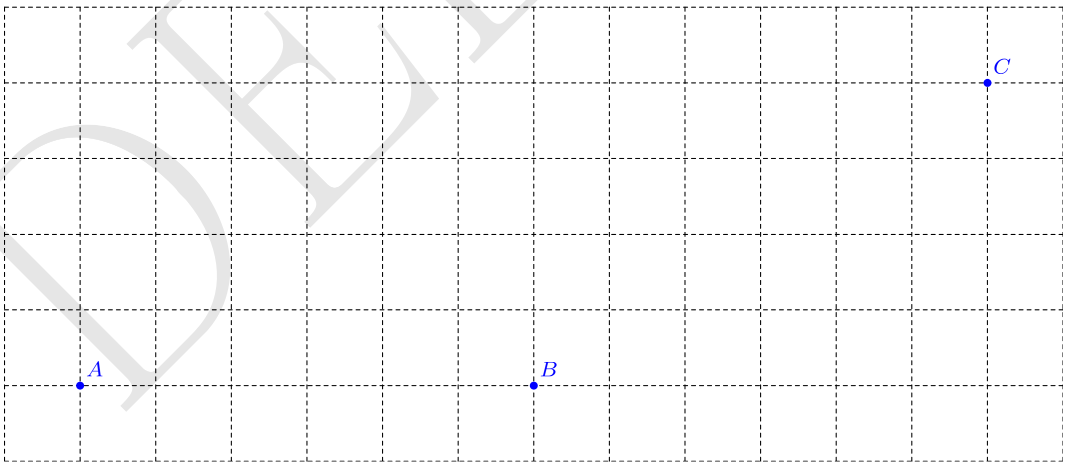
Quelle conjecture peut-on faire sur la position de (CI) et (AD) ?

Exprimer $\overrightarrow{CI}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AC}$ *.*

Démontrer la conjecture

Exercice 30

On donne la figure ci-dessous :



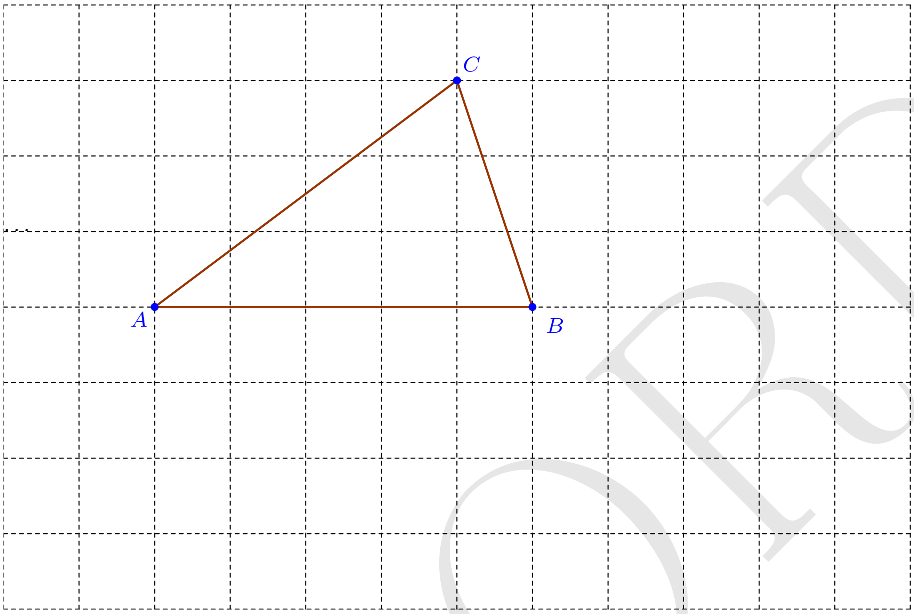
Placer les points D , E et I tels que $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{AI} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Exprimer $\overrightarrow{ED}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{AB}$ *. Pour cela compléter :* $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} =$

Exprimer $\overrightarrow{EI}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{AB}$

Démontrer que les points E , I et D sont alignés

Exercice 31
Dans un triangle ABC on donne les points D , E et F tels que : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{DC}$ *et* $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{DA}$



Compléter la figure

Exprimer $\overrightarrow{EF}$ *en fonction de* $\overrightarrow{CA}$

Exprimer $\overrightarrow{EB}$ *en fonction de* $\overrightarrow{CA}$

Que peut-on en déduire pour les points E , B et F ?

8 Coordonnées de vecteurs

A retenir

$A(x_A; y_A) et B(x_B; y_B)$ alors $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

Exercice 32
Dans les cas suivants , calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

A(5 ;8) et B(7 ;5) :

$A(-4; 6) et B(3; 4)$ *:*

$A(-4; -1) et B(-1; -8)$ *:*

Exercice 33
On donne $A(-5; 4)$, $B(7; 8)$ *et* $C(4; -3)$.

Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ *:*

Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$ *:*

Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$:

Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BC}$:

Calculer les coordonnées du point F tel que $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$:

Exercice 34
Soient les points $A(-2;4)$, $B(1;5)$ *et* $C(-3;-5)$

Calculer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$:

Exercice 35
Soient les points $A(4;-5)$, $B(-1;8)$ *et* $C(1;3)$

Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AC}$:

Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$:

9 Parallélogrammes

A retenir

ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Exercice 36
On donne les points A(5 ;7) , B(8 ;9) , C(4 ;5) et D(7 ;7) .
ABCD est-il un parallélogramme ?

Attention

Bien tenir compte de l'ordre des lettres du parallélogramme pour travailler avec les bons vecteurs .

Exercice 37
Dans un repère orthonormé , on donne les points A(1 ;3) , B$(5;-1)$*, C(3 ;5) et D(7 ;1) .*

Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$ *et* $\overrightarrow{CD}$:

Lequel de ces quadrilatères et un parallélogramme ? ADCB , ABDC ou ACBD ?

Exercice 38
On donne les points A(4 ;3) , B(7 ;9) et C(5 ;8) .

Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$:

ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} =$

Déterminer les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallélogramme .

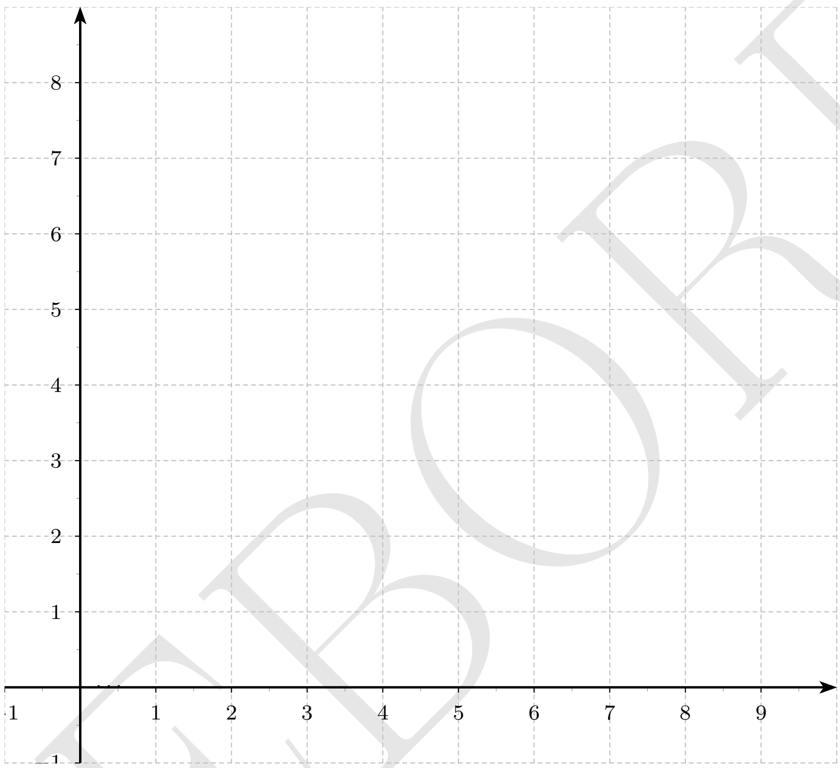
Astuce

Faire le schéma à main levée pour visualiser l'ordre des points du parallélogramme

Exercice 39
On donne les points $T(9;-2)$, $U(-1;-3)$ et $Y(4;5)$
Déterminer les coordonnées de S tel que TYSU soit un parallélogramme .

Exercice 40
Dans un repère orthonormé , on donne A(1 ;4) , B(5 ;0) et C(9 ;4)

Faire une figure



Calculer les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallélogramme .

Conjecturer la nature de ABCD .

Démontrer la conjecture .

> *A retenir*
> $\overrightarrow{u}(x;y)$ alors $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

10 Colinéarité

> *A retenir*
> Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leurs coordonnées sont proportionnelles .
> OU
> $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x';y')$ sont colinéaires si et seulement si $xy'-x'y=0$

Exercice 41
Dans les cas suivants , dire si les vecteurs sont colinéaires :

$\overrightarrow{u}(5;4)$ *et* $\overrightarrow{v}(15;12)$ *:*

$\overrightarrow{t}(7;5)$ *et* $\overrightarrow{q}\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3}\right)$ *:*

$\overrightarrow{z}(\sqrt{3};1)$ *et* $\overrightarrow{w}(3;\sqrt{3})$ *:*

Exercice 42
On sait que les vecteurs suivants sont colinéaires . Déterminer x dans chaque cas :

$\overrightarrow{u}(x;5)$ *et* $\overrightarrow{v}(13;22)$ *:*

$\overrightarrow{u}(4;x)$ *et* $\overrightarrow{v}(x;5)$ *:*

$\overrightarrow{u}(7;12)$ *et* $\overrightarrow{v}(x;7)$ *:*

Exercice 43
Dans un repère orthonormé , on donne les points A(4 ;5) , B(7 ;8) et C(3 ;2) . Les points A , B et C sont-ils alignés ?