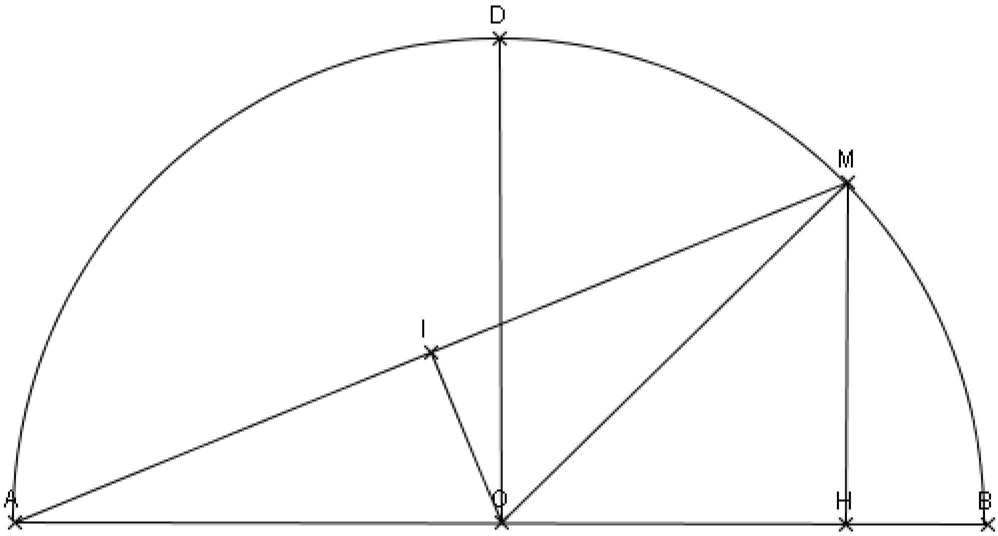
Corrigé fonctions trigonométriques



1) a) Le triangle OAD est isocèle en O et $A\hat{O}D = 90°$ donc $O\hat{A}D = 45°$; M variant de B à D , l'angle $M\hat{A}B$ est inférieur à l'angle $O\hat{A}D$ donc x est dans $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$

   b) Par le th de l'angle inscrit : $M\hat{O}B = 2M\hat{A}B = 2x$

2) a) AMB est un triangle rectangle en M , I est le milieu de [AM] , O est le milieu de [AB] et par le th des milieux (IO) parallèle à (MB) donc (IO) perpendiculaire à (AM) et AIO triangle rectangle en I .

   b) cos x = $\frac{AI}{AO} = AI$ car AO = 1 ; de même dans OMH rectangle en H ,

   cos 2x = $\frac{OH}{OM} = OH$ car OM = 1

   c) dans AMH rectangle en H : cos x = $\frac{AH}{AM}$ d'où AH = AM cos x . Puisque AMB rectangle en M , cos x = $\frac{AM}{AB} = \frac{AM}{2}$ donc AM = 2 cos x et donc AH = 2 $\cos^2$x

3) cos 2x = OH par 2)b) , et OH = AH – 1 d'où : cos 2x = 2 $\cos^2$ x – 1

4) a) Dans OMH rectangle en H , sin 2x = $\frac{MH}{OM} = MH$;

   dans AMH rectangle en H , sin x = $\frac{MH}{AM}$ donc MH = AM sin x

   b) MH = sin 2x = AM sin x = 2 cos x sin x

5) cos 2x = 2 $\cos^2$ x – 1 = $2\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)^2 - 1 = \frac{2+\sqrt{2}-2}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; or on connaît

   $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ donc 2x = $\frac{\pi}{4}$ et x = $\frac{\pi}{8}$ rad .

6) $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2 - 1 = \frac{8+2\sqrt{12}-8}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ or $\cos\left(\frac{p}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc

$2x = \frac{p}{6}$ et $x = \frac{p}{12}$ rad .