

Ce qu'il faut revoir

Le vocabulaire et les théorèmes des fonctions et de leurs variations ; les factorisations ; équations ; inéquations .

A retenir

Si une fonction f est définie par : $f(x) = a(x - b)^2 + c$ alors son tableau de variations est :

Si $a > 0$

x	b
f(x)	c

Si $a < 0$

x	b
f(x)	c

Exercices pour se remettre en route

Exercice 1

On considère la fonction f définie pour tout réel x par : $f(x) = (x + 5)^2 - 4(x + 5) + 4$

- 1) Donner la forme développée de f et la forme factorisée de f
- 2) En utilisant la forme la plus adaptée :
 - a) Calculer $f(-5)$
 - b) Résoudre $f(x) > 0$
 - c) Dresser le tableau de variations de f
 - d) Résoudre $f(x) = 9$

Exercice 2

Soit la fonction f définie pour tout réel x par : $f(x) = 2x^2 - 12x + 16$

- 1) Tracer la courbe représentative de la fonction f
- 2) Factoriser f
- 3) Résoudre graphiquement $f(x) = 16$ et $f(x) = 0$
- 4) Résoudre algébriquement $f(x) = 16$ et $f(x) = 0$
- 5) Dresser le tableau de variations de f

Exercice 3

On a : $2 < b < a$ et on a montré que $f(a) < f(b)$. Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- 1) f est strictement croissante sur $]2; +\infty[$
- 2) f n'est pas strictement croissante sur $]2; +\infty[$
- 3) f est strictement décroissante sur $]2; +\infty[$
- 4) f n'est pas strictement décroissante sur $]2; +\infty[$

Exercices plus difficiles

Exercice 4

On dispose d'un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = x$, $BC = 5 - x$ avec $0 < x < 5$

- 1) Déterminer x pour que :

$$AC^2 \geq \frac{29}{2}$$

- 2) Déterminer la valeur de x pour laquelle la longueur AC est minimale .

Exercice 5

On veut encadrer une toile . On désire que le cadre fasse 4 mètres sur 3 mètres et qu'il y ait une bordure autour de la toile d'une largeur de x . De plus l'aire de la bordure doit être égale à l'aire de la toile . Résoudre ce problème en déterminant x pour que toutes ces conditions soient vérifiées .

Exercice 6

Un magasin de stockage informatique propose le tarif suivant : pour x Go , le prix à payer est défini par $f(x) = -x^2 + 12x + 4$.

- 1) Tracer la courbe de f et déterminer graphiquement la quantité de Go pour laquelle le prix est supérieur à 31 € .
- 2) Résoudre algébriquement $f(x) > 31$.

Exercice 7

Soit un triangle ABC et soit H le pied de la hauteur issue de A . On suppose que $AH = 4$ cm , $CH = 3$ cm et $BH = 5$ cm . On place M un point de $[AC]$. La droite parallèle à (AH) passant par M coupe (CH) en N . On note $AM = x$

- 1) Exprimer CM en fonction de x
- 2) Exprimer MN et CN en fonction de x
- 3) Exprimer MB^2 en fonction de x
- 4) Conjecturer la valeur de x pour laquelle MB^2 est minimale .
- 5) Démontrer votre conjecture algébriquement .

Un problème pour finir

Exercice 8

Soit ABCD un tétraèdre tel que $DA = DB = DC = 6$ cm . Les triangles DAB , DAC et DBC sont rectangles en D . On place les points P , Q et R respectivement sur $[AD]$, $[BD]$ et $[DC]$ tels que $DP = BQ = CR = x$.

- 1) Exprimer en fonction de x le volume $V(x)$ du tétraèdre DPQR .
- 2) Déterminer la valeur de x pour laquelle $V(x)$ est maximal .