Fiche 3 : repères et vecteurs

Ce qu'il faut revoir

Les formules de coordonnées d'un milieu d'un segment , d'un vecteur . La formule d'une distance . Les constructions vectorielles , la relation de Chasles , les savoirs fondamentaux de géométrie

Les formules à retenir

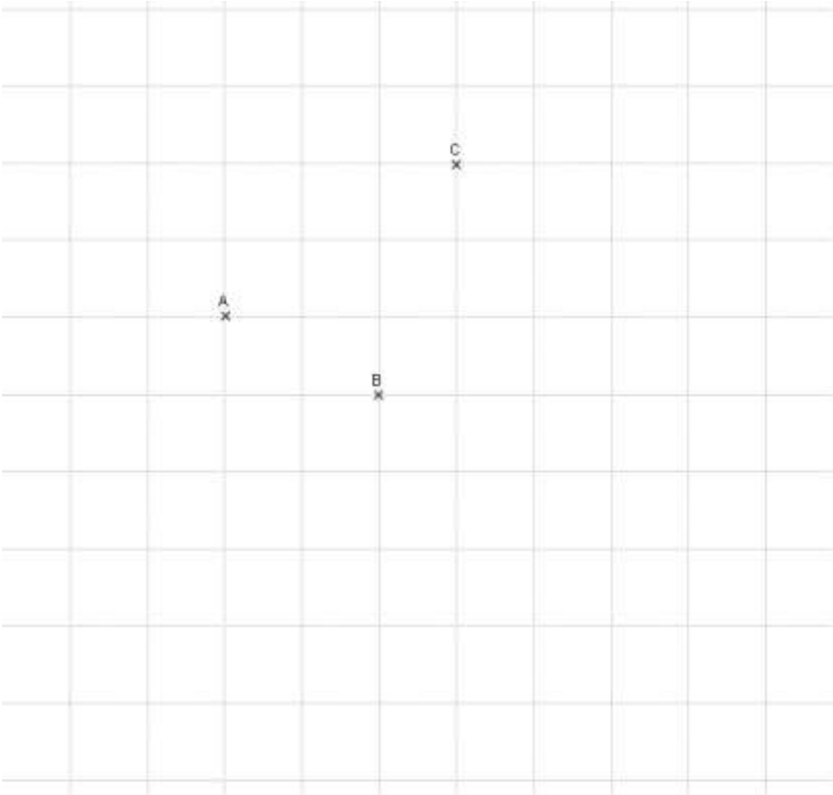
$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A) \; ; \; AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \; ; \; \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$milieu\ de\ [AB] : \left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

$$ABCD\ parallélogramme \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

Les exercices pour se remettre en route

Exercice 1



A partir du schéma ci-contre , tracer :

$-\overrightarrow{AB}$; $3\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

Exercice 2

Sur le schéma de l'exercice précédent , placer D , E et F tels que :

$$\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \; ; \; \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{AF} = \vec{0} \; ; \; \overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{AE}$$

Exercice 3

Dans un repère orthonormé (O , I , J) on donne les points suivants : A(-3,3) , B(4,4) , C(2,-1) et D(-5,-2).

1) Déterminer les coordonnées de K le milieu de [AC] et de K' le milieu de [BD] . Que peut-on en conclure ?
2) Quelle est la nature du triangle OAB ?
3) Déterminer les coordonnées de E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

Fiche 3 : repères et vecteurs

Des exercices plus difficiles

Exercice 4

Construire un parallélogramme MNPQ de centre O . Placer les points A , B et C tels que :

$$\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{MO}\ ;\ \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MO}\ ;\ \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{OP}$$

1) Démontrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{MP}$ et en déduire la nature de OABC
2) Démontrer que les droites (PB) et (CA) sont des médianes du triangle OBC
3) Si G est le point d'intersection de (PB) et (CA) , montrer que (OG) coupe [BC] en son milieu .

Exercice 5

Soit ABCD un carré de centre O . Les points I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [CD] . Soit K un point quelconque de [BD] autre que O , L est le symétrique de K par rapport à O .
Le but de l'exercice est de montrer que ILJK est un parallélogramme .

1) Dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$, donner les coordonnées de I , J et L en notant K(x,y) .
2) Montrer que ILJK est un parallélogramme

Exercice 6

Soit un parallélogramme ABCD . Construire les points M et N tels que :

$$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}\ \ et\ \overrightarrow{AN} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AM}$$

Choisir un repère adapté pour déterminer le plus simplement possible les coordonnées de C , D et N . Démontrer alors que les points D , C et N sont alignés

Exercice 7

Dans le repère (O , I , J) , on considère les points A(3,2) , B(5,-1) , C(8,3) et D(10,-2) .
On appelle I , J , K et L les milieux respectifs de [AB] , [BC] , [CD] et [AD] .
Conjecturer la nature du quadrilatère IJKL et démontrer votre conjecture

Exercice 8

Voici des expressions . Ecrivez toutes les implications vraies possibles à l'aide de ces phrases . On utilisera la forme « si … alors … »

1) AK + KB = AB
2) KA = KB
3) K milieu de [AB]
4) Le triangle AKB est isocèle en K
5) K appartient à la médiatrice de [AB]

Exercice 9

Let A(3,5) and B(5,8) be in a rectangular coordinate . Show that O , A and B are not on the same straight line . Let I and J the middle of [OA] and [AB] . Calculate the area of AOB .
Calculate the area of IAJ .

Deux problèmes pour finir

Exercice 10

Une boule et un cochonnet sont placés dans une boite carrée de côté 27 cm . Le rayon de la boule est quatre fois celui du cochonnet . La boule et le cochonnet sont tangents entre eux et chacun avec un côté de la boite . Quels sont leurs rayons respectifs ?

Exercice 11

Soit MNPQ un carré de centre O . J et I sont les milieux respectifs de [MN] et [OP] .
Démontrer que le triangle IJQ est isocèle et rectangle .