Fiche 2 : généralités sur les fonctions

Ce qu'il faut revoir

Le tracer d'une courbe ; les lectures graphiques d'images et d'antécédents ; les résolutions graphiques d'équations et d'inéquations ; le calcul d'images ou d'antécédents ; les tableaux de variations .

Les exercices pour se remettre en route

Exercice 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 8$.

1) Tracer la courbe de f sur [-5 ;5]
2) Résoudre graphiquement f(x) = 12
3) Résoudre graphiquement f(x) > 0
4) Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 5
5) Déterminer graphiquement l'image de 2,5
6) Déterminer par le calcul le(s) antécédent(s) de – 4
7) Déterminer par le calcul f(3)
8) Dresser le tableau de variations de f

Exercice 2

Soit la fonction définie par : $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 3$

1) Tracer la courbe de f sur [-2 ;6]
2) Résoudre graphiquement f(x) = - 7
3) Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 4
4) Déterminer par le calcul f(4)
5) Déterminer par le calcul le(s) antécédent(s) de – 3
6) Dresser le tableau de variations de f
7) Résoudre par le calcul f(x) < 4x – 3 . Que signifie graphiquement ce résultat ?

Exercice 3

On donne le tableau de variations suivant :

x	-10		-8		4		7
f(x)	12	↘	0	↗	5	↘	-7

1) Dessiner une courbe susceptible d'avoir ce tableau de variations
2) Quel est le signe de f sur [-10 ;4] ?
3) Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

   Pour tout x de [-10 ;7] , on a f(x) > 2

   On a f(-9) < f(-8)

   On ne peut pas comparer f(-9) et f(5)
4) Compléter par < ou >

   On a : f(-5) …….. f(2) ; f(5) ……….. f(6) ; f(-6) ………. 5

Des exercices plus difficiles

Exercice 4

Un garçon de 1,50 m lance verticalement et vers le haut un gros caillou avec une vitesse initiale de 9,8 m/s . Soit t le temps écoulé , en seconde , à partir de l'instant où il lâche le caillou . En négligeant la résistance de l'air , on admet que la hauteur au sol H du caillou , en mètre , est une fonction définie par : $H(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t + 1{,}5$

1) Montrer que ce garçon lâche le caillou à la hauteur de sa tête
2) Montrer que pour tout réel t , on a :

$$H(t) = -\frac{1}{10}(7t - 15)(7t + 1)$$

3) Trouver la solution positive a de l'équation H(t) = 0 . Donner une interprétation concrète du résultat
4) Sur [0,a] tracer la courbe représentative de H .
5) Dresser le tableau de variations de H ; en déduire le point le plus élevé atteint par le caillou et le temps qu'il a mis à l'atteindre .
6) Combien de temps après le lancer du caillou , le garçon risque t-il de recevoir le caillou sur la tête ? Conjecturer graphiquement et démontrer algébriquement votre conjecture .

Exercice 5

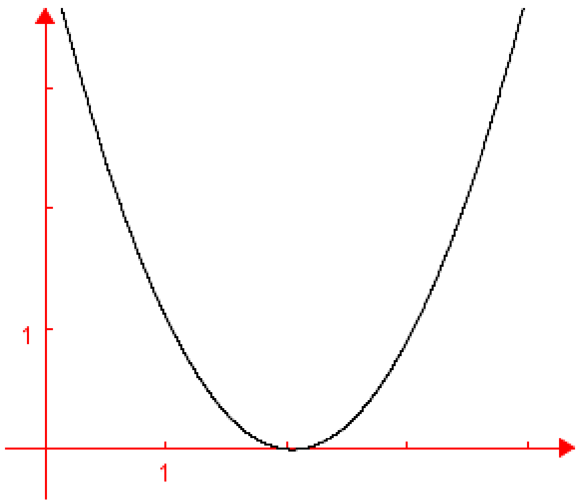
Léon désire faire construire une piscine rectangulaire . Elle devra être entourée d'une allée d'une largeur de 2 m et la surface totale (piscine + allée) sera de 300 m² . On appelle ABCD le rectangle total formé par la piscine et son allée . On note AD = x .

1) Donner les valeurs possibles de x .
2) Exprimer en fonction de x l'aire de la piscine seule . On note A(x) cette aire
3) Tracer la courbe représentative de la fonction A
4) Conjecturer la valeur maximale de A et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte . Dresser le tableau de variations de A .

Exercice 6

Let the quadratic function $f(x) = x^2 - 4{,}1x + 4{,}2$ be . The graph of f is given below .

1) Using the graph . Write down the table of variations of the function f .
2) Draw on your calculator the graph of the function f on the domain [1,9 ; 2,2] . What do you notice about the variations of f ?



Exercice 7

On donne l'algorithme suivant :
Variables : x , a , b , y quatre nombres réels
Début
 Saisir x
 Affecter à a la valeur x²
 Affecter à b la valeur 3x
 Affecter à y la valeur a – 2b – 3
 Afficher y
Fin

1) On pose f(x) = y . Compléter le tableau suivant :

x	a	b	f(x)
1			
-2			

2) Déterminer l'expression algébrique de la fonction f .

Exercice 8

Pour chacune des implications suivantes , déterminer si l'implication est vraie ou fausse puis énoncer sa réciproque et dire si celle-ci est vraie ou fausse

1) Si ABCD est un carré , alors AB = CD
2) Pour tout x < 0 , si x² > 9 alors x < - 3
3) Si f est croissante sur [a,b] alors f(a) < f(b)
4) Si x > 5 alors x > 6 .

Pour finir , un problème

Soit ABCD un carré de côté 5 cm et soit EFB un triangle isocèle tel que E est un point de [AD] , F est un point de [DC] et DE = DF .

On se propose de trouver la longueur EF pour que le triangle EBF soit équilatéral . On note DE = x

1) Quelles sont les valeurs possibles de x ?
2) On appelle f(x) la fonction qui à x associe la longueur EF ; exprimer f(x) . On appelle g(x) la fonction qui à x associe la longueur BF . Exprimer g(x) .
3) Dans un même repère , tracer les courbes de f et g . Donner alors par lecture graphique une valeur approchée de EF pour que EBF soit équilatéral .
4) Montrer que le problème se résume à résoudre $50 - 10x + x^2 = 2x^2$
5) Résoudre cette équation (penser à la forme canonique) puis déterminer EF pour que EBF soit équilatéral et la comparer à la réponse de la question 3 .
6) Montrer que (BD) est bissectrice d'un angle à préciser et en déduire une construction de EBF équilatéral .En déduire dans ce cas , la valeur exacte de cos(15°) .