Fiche 11 : Fonctions en tout genre

Ce qu'il faut revoir
Tous les chapitres sur les fonctions et les équations ; les fiches 1 , 2 , 4 , 5 , 8 et 9

Exercices pour se remettre en route
Exercice 1
On réalise l'algorithme suivant avec Algobox

```
Variables
    x est du type nombre
    y est du type nombre
Début de l'algorithme
    Lire x
    y prend la valeur x + 1
    y prend la valeur y^2
    y prend la valeur 5-3*y
    Afficher « y vaut »
    Afficher y
Fin algorithme
```

1) Dresser un tableau de valeurs donnant y pour x allant de – 6 à 5 avec un pas de 1
2) Exprimer en fonction de x , la valeur de y obtenue en fin d'algorithme . On notera f(x) cette expression
3) Démontrer que f est croissante sur $]-\infty; -1]$

Exercice 2
On donne l'algorithme suivant

```
Variables
    x est du type nombre
    y est du type nombre
Début de l'algorithme
    Lire x
    y prend la valeur x + 1
    y prend la valeur 2/y
    y prend la valeur y+3
    Afficher « y vaut »
    Afficher y
Fin algorithme
```

1) Pour quelle valeur de x obtient-on l'affichage « y vaut 3,4 » ?
2) Quelle est la fonction ainsi exprimée ?

Exercice 3
On donne l'algorithme suivant :

```
Variables
    x est du type nombre
    y est du type nombre
Début de l'algorithme
    Lire x
    Afficher «  x est égal à »
    Afficher x
    y prend la valeur 3*x - 1
    y prend la valeur 1/y
    y prend la valeur y+1
    Afficher « y vaut »
    Afficher y
Fin algorithme
```

1) Quelle valeur de y obtient-on avec x = 2 ?
2) Si on augmente la valeur de x à partir de 2 , la valeur de y diminue-t-elle ? Justifier .

Des exercices plus difficiles

Exercice 4

Un pêcheur lance sa ligne depuis le bord d'un quai . Dans un repère (O,I,J) où O représente le bord du quai , la hauteur de l'hameçon , en mètres par rapport au niveau de la mer , est donnée en fonction de l'abscisse en mètres par la fonction :

$$f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{6}{5}x + \frac{9}{2}$$

1) Tracer la courbe représentant la hauteur de l'hameçon
2) A quelle hauteur l'hameçon a-t-il commencé sa course ?
3) Conjecturer la hauteur maximale de l'hameçon
4) Démontrer votre conjecture
5) A quelle distance du quai , l'hameçon touche t'il la surface de l'eau ?

Exercice 5

Une famille décide de partir en vacances . Lors des 200 premiers kilomètres de son voyage , la voiture emprunte l'autoroute avec une vitesse moyenne de 100 km / h . On note x la vitesse de la voiture lors des 300 derniers kilomètres du trajet .

1) Déterminer la durée du trajet lors de la première partie du voyage puis lors de la seconde partie .
2) Déterminer la vitesse moyenne au cours du voyage . On l'appelle v(x)
3) Tracer la courbe de v
4) Déterminer graphiquement pour quelle vitesse x de la deuxième partie , la vitesse moyenne v du voyage est égale à 90 km/h
5) Résoudre algébriquement : v(x) = 90 .

Exercice 6

Deux compagnies de taxi pratiquent des tarifs différents :
Compagnie A : 1,20 € par kilomètre parcouru
Compagnie B : 10 € de prise en charge et 0,80 € par kilomètre parcouru
On appelle f(x) le prix de la course avec la compagnie A en fonction du nombre de kilomètres parcourus et g(x) celui de la compagnie B

1) Discuter selon le nombre de kilomètres parcourus la compagnie la plus avantageuse .
2) Une troisième compagnie C s'installe . On sait que ses tarifs sont donnés par une fonction affine et que pour 17 km un client paie 23 € et pour 35 km on paie 41 € . Déterminer h(x) la fonction donnant le tarif de la compagnie C en fonction du nombre de kilomètres parcourus . La compagnie C fait-elle payer une prise en charge ? Quel est le tarif au kilomètre parcouru ?
3) Discuter selon le nombre de kilomètres parcourus la compagnie la plus avantageuse

Exercice 7

Une grenouille saute d'un nénuphar au nénuphar suivant (les deux étant posés sur un étang considéré comme une surface plane) selon une courbe représentative de la fonction $f(x) = -3{,}72x^2 + 1{,}43x$.

1) Quelle est la distance entre les deux nénuphars ?
2) Quelle hauteur maximale atteint la grenouille ?

Trois problèmes pour finir

Exercice 8

On considère un segment [AB] de longueur 6 cm . On place un point M sur le segment [AB] . On trace les triangles équilatéraux AME et MBF du même côté de [AB] . On note AM = x Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de EFM est maximale .

Exercice 9

On note P la courbe représentant la fonction carrée $f(x) = x^2$. Pour tout entier naturel n , on note M_n le point de P d'abscisse n . On note C_n le cercle de centre O passant par M_n . On appelle R_n le rectangle dont deux des côtés sont des segments des axes de coordonnées et dont deux des sommets sont les points O et M_n . On appelle S_n la surface comprise entre le quart du cercle C_n dont les points ont des coordonnées positives et le rectangle R_n . Trouver tous les entiers n tels que l'aire de S_n soit supérieure à l'aire de R_n .

Exercice 10

On note :

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x \; ; \; f_2(x) = f_1(f_1(x)) \; ; \; f_3(x) = f_1(f_2(x)) \; ; \; \dots \; ; \; f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x))$$

Dans un repère orthonormé (O , I , J) on considère le point A_n d'abscisse 1 et d'ordonnée $f_n(1)$. A partir de quelle valeur de n a-t-on $IA_n \leq 10^{-5}$