Corrigé 5

Exercice 1

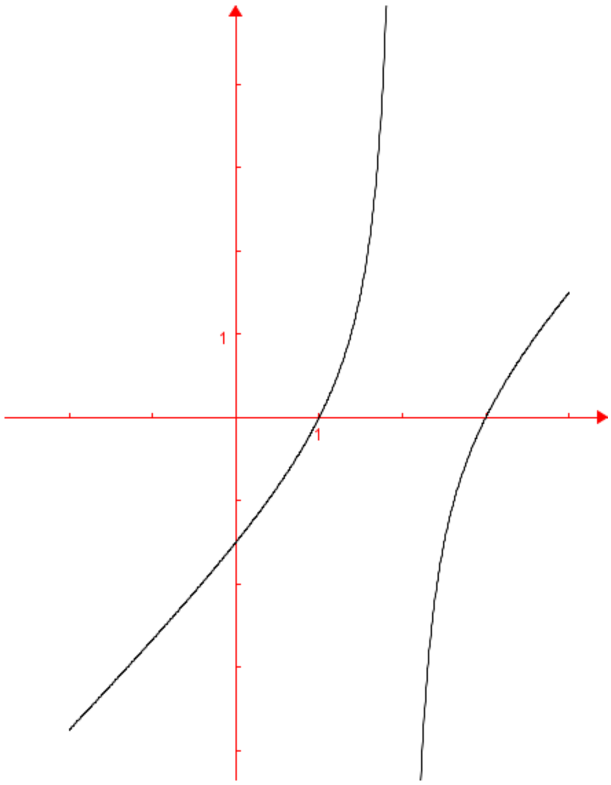
On peut s'aider de schémas

1) $]-\infty; 2[\cap]1; 5[=]1; 2[$
2) $[-5; 0] \cup [-1; 1[= [-5; 1[$
3) $]-5; 2] \cap]2; +\infty] = \emptyset$
4) $[0; 3] \cup]3; 7] = [0; 7]$
5) $]-\infty; 4] \cup [-2; 0[=]-\infty; 4]$

Exercice 2

1) $[-3; 7]$
2) $]-\infty; 5[$
3) $]-\infty; 0] \cup]2; +\infty[$
4) $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$

Exercice 3



1) Df = $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
2) On a : courbe ci-contre

3) Graphiquement : f(x) = 0 a pour solutions x = 1 ou x = 3

Algébriquement

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 0 \Leftrightarrow$$
$$x = 3 \text{ ou } x = 1$$

4) Pour tout m , il y a deux solutions à l'équation f(x) = m car toutes les droites horizontales coupent la courbe deux fois . (quand on travaille sur $\mathbb{R}$, on prolonge la courbe)

Exercice 4

1) On a :

x	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
f(x)	-342	-306	-272	-240	-210	-182	-156	-132	-110	-90	-72
x	1	2	3	4	5	6	7	8	8,5	9	9,5	10
f(x)	-56	-42	-30	-20	-12	-6	-2	0	0,25	0	-0,75	-2

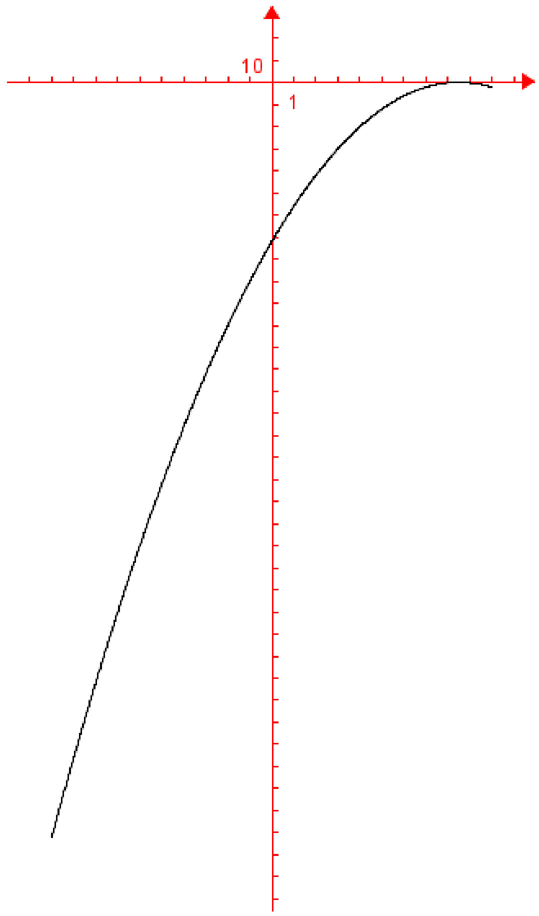
2) Courbe à la fin de l'exo

x	-10	8,5	10
f(x)	-342 ↗	0,25	↘ -2

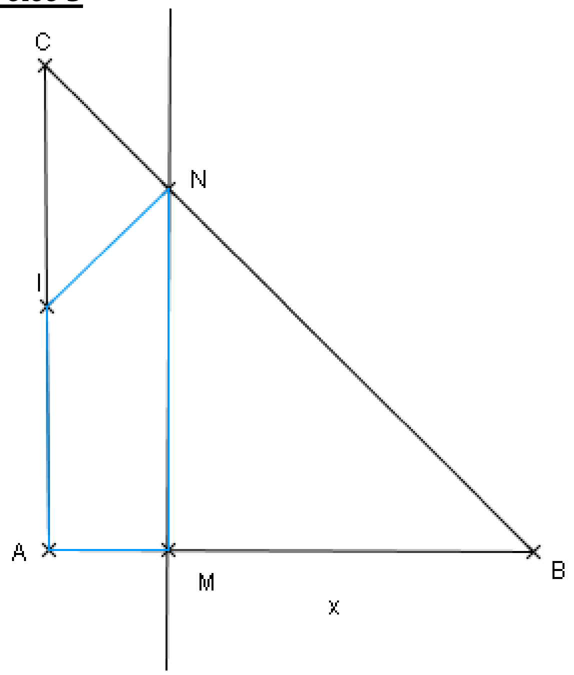
3) On fait un tableau de signes : $S =]-\infty; 8[\cup]9; +\infty[$
4) On a :

$$f(x) = (8-x)(x-9) = -x^2 + 17x - 72 = -(x^2 - 17x + 72) = -\left[\left(x - \frac{17}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right]$$

Corrigé 5



Exercice 5



1) Puisque M est sur [AB] , x est dans l'intervalle [0 ;4]
2) Les bases sont [AI] et [MN] et la hauteur [AM] : AM = 4 – x , AI = 2 puisque I milieu de [AC] .

$$\frac{BM}{BA} = \frac{MN}{AC} \Leftrightarrow MN = MB = x$$

$$f(x) = \frac{(2+x)(4-x)}{2}$$

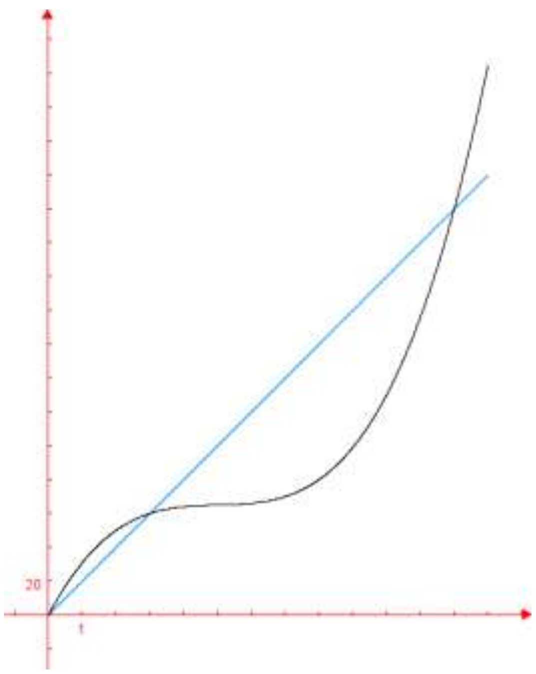
3) On a :

$$f(x) = \frac{(2+x)(4-x)}{2} = \frac{-x^2+2x+8}{2} = -\frac{x^2-2x-8}{2} = -\frac{(x-1)^2-9}{2}$$

La valeur du maximum de f est donc atteinte pour x = 1 et vaut 4,5 cm² .
En effet

$$f(x) - f(1) == -\frac{(x-1)^2}{2} < 0 \; donc \; f(x) < f(1)$$

Exercice 6



1) On a : r(x) = 20 x

2) S = [3 ;12] : sur cet intervalle , l'entreprise fait des bénéfices

3) B(x) = r(x) – p(x) = $20x - 0{,}5x^3 + 7{,}5x^2 - 38x = -0{,}5x^3 + 7{,}5x^2 - 18x$

On factorise B :

$$\begin{aligned} B(x) &= -0{,}5x(x^2 - 15x + 36) \\ &= -0{,}5x\left[\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 - \frac{225}{4} + 36\right] \\ &= -0{,}5x\left[\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 - \frac{81}{4}\right] \\ &= -0{,}5x(x-12)(x-3) \end{aligned}$$

On fait un tableau de signes et on obtient B(x) > 0 : S =]3 ;12[(car on travaille avec x > 0)

Corrigé 5

L'entreprise fait des bénéfices si elle vend entre 3 tonnes et 12 tonnes d'engrais .

4) Avec la représentation graphique de B ou le tableau de valeurs , il semble que le maximum de B soit atteint en x = 9 tonnes et ce maximum est de 81 000 € .

Exercice 7

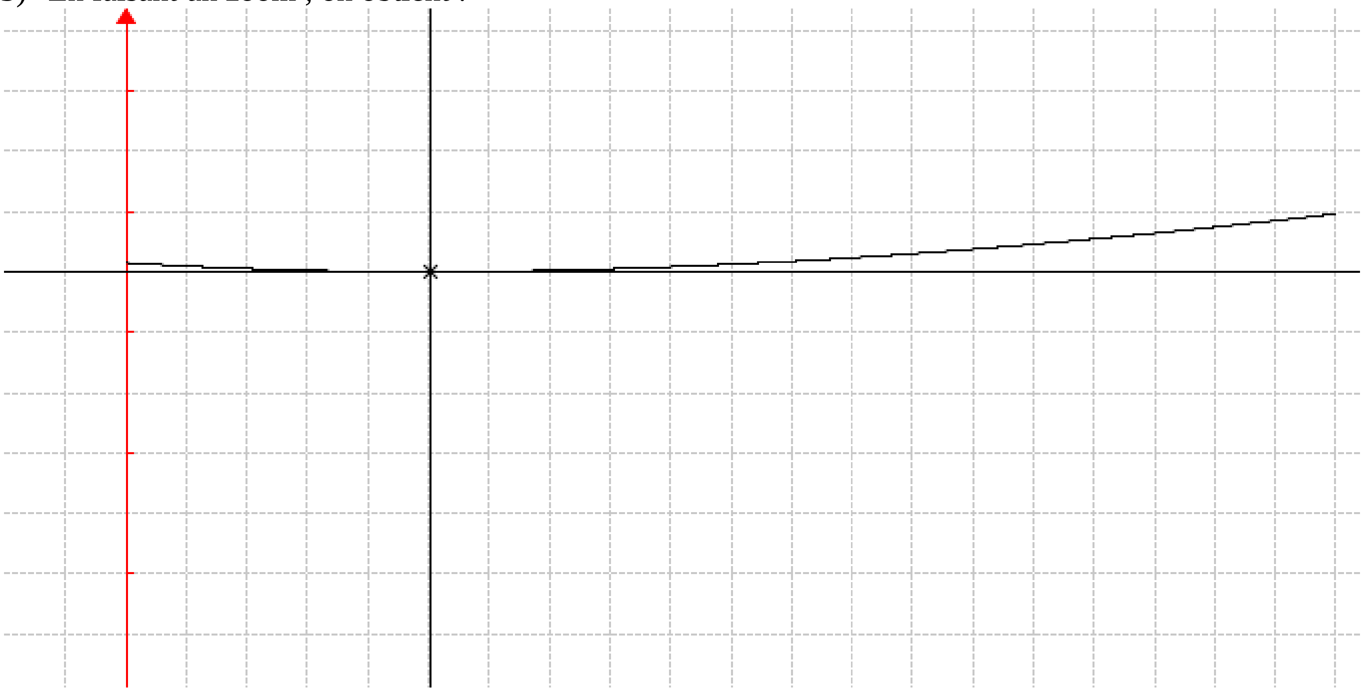
1) On a :

$$salaire = 15 \times 50 + \frac{45375}{50} = 1657{,}5€$$

2) On a :

$$s(x) = 15(50 + x) + \frac{45375}{50 + x}$$

3) En faisant un zoom , on obtient :

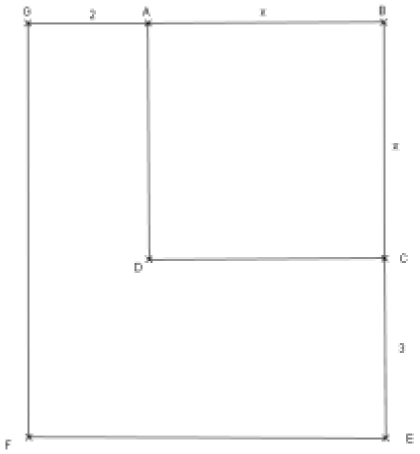


Un carreau représente 1 ouvrier sur l'axe des abscisses et 50 € sur l'axe des ordonnées sachant que la droite horizontale est en y = 1650 € .

x	0	5	$+\infty$
s(x)	1657,5 ↘	1650	↗

On remarque donc que pour revenir au salaire qui correspond à 0 ouvrier supplémentaire , il faut engager au moins 11 ouvriers . (on ne peut pas engager des morceaux d'ouvriers !!)

Exercice 8



1) On a f(x) = x² et g(x) = (x + 2)(x + 3)

2) On entre les deux fonctions dans la calculatrice et on regarde le tableau de valeurs : il semble que x = 6 donne le résultat cherché

3) On a :

$$2x^2 = x^2 + 5x + 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$$
$$= (x - 6)(x + 1)$$

Les solutions sont donc x = 6 ou x = - 1 mais x est une longueur donc x = 6 cm .