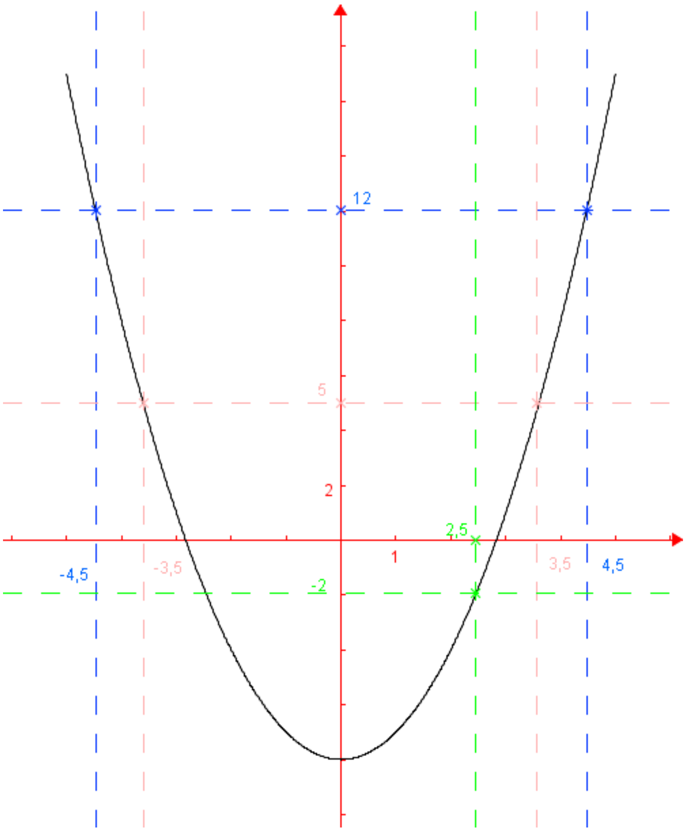
Corrigé fiche 2

Exercice 1



1) Ci-contre
2) Les solutions sont x = 4,5 ou x =- 4,5
3) $S =]-\infty; -2,8[\cup]2,8; +\infty[$
4) Les antécédents de 5 sont 3,5 et -3,5
5) L'image de 2,5 est – 2
6) On doit résoudre : $x^2 - 8 = 4$ c'est-à-dire

$x^2 - 12 = 0$ ce qui est équivalent à :

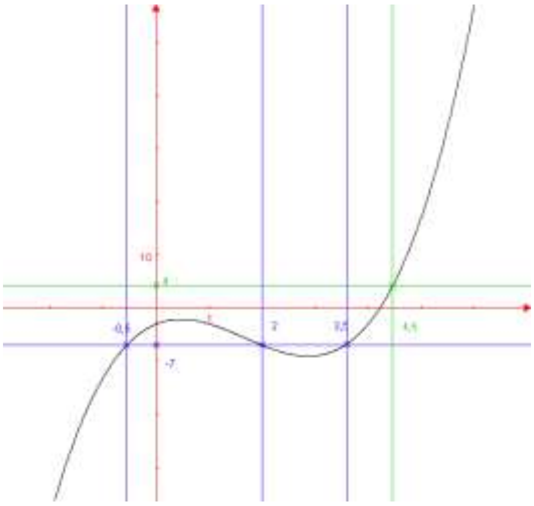
$$(x - \sqrt{12})(x + \sqrt{12}) = 0 \Leftrightarrow$$
$$x = \sqrt{12} \text{ ou } x = -\sqrt{12}$$

Les antécédents de 4 sont donc $\sqrt{12}$ et $-\sqrt{12}$

7) On a : $f(3) = 3^2 - 8 = 1$
8) On a :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f(x)		↘	- 8	↗	

Exercice 2



1) Ci-contre
2) Les solutions sont x = -0,5 ou x = 2 ou x =3,5
3) L'antécédent de 4 est 4,5
4) On a :

$$f(4) = 4^3 - 5(4^2) + 4(4) - 3 = -3$$

5) On doit résoudre :

$$x^3 - 5x^2 + 4x - 3 = -3$$
$$x^3 - 5x^2 + 4x = 0$$
$$x(x^2 - 5x + 4) = 0$$
$$x\left[\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{16}{4}\right] = 0$$
$$\Leftrightarrow x\left[\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] = 0 \Leftrightarrow x(x-4)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 4 \text{ ou } x = 1$$

Les antécédents de -3 sont donc 0 , 1 et 4 .

6) On a :

x	-2		0,5		2,9		6
f(x)	-39	↗	-2	↘	-9	↗	57

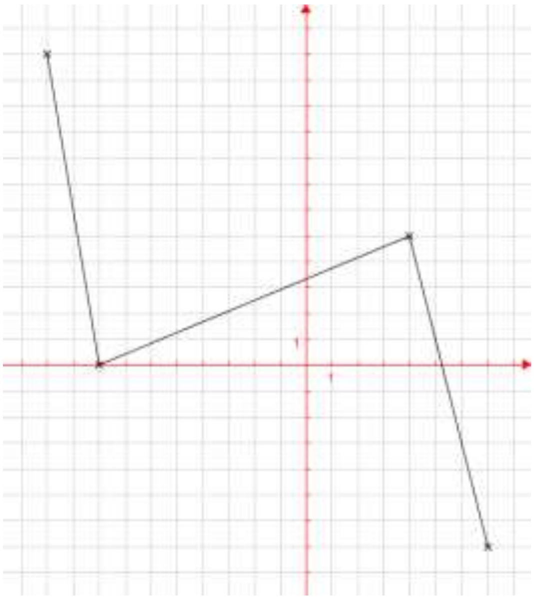
7) $x^3 - 5x^2 + 4x - 3 < 4x - 3 \Leftrightarrow x^2(x-5) < 0 \Leftrightarrow x - 5 < 0 \Leftrightarrow S =]-\infty; 5[$

La courbe de f est en dessous de la droite d'équation y = 4x – 3 sur $]-\infty; 5[$

Exercice 3

Corrigé fiche 2

1)



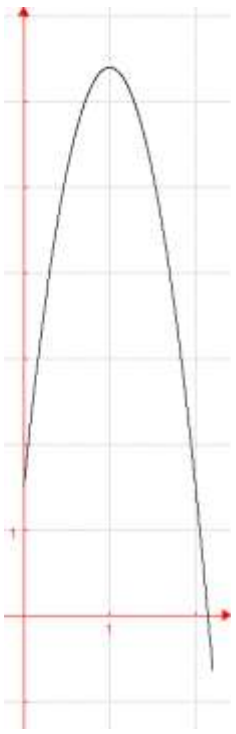
[-

2) La fonction f est positive sur [-10 ;4] car son minimum vaut 0

3) Pour tout x de [-10 ;7] , on a f(x) > 2 : faux ,
f(-8) = 0
On a f(-9) < f(-8) : faux c'est le contraire car f décroit sur 10 ;-8]
On ne peut pas comparer f(-9) et f(5) : vrai

4) On a : f(-5) < f(2) ; f(5) > f(6) ; f(-6) < 5

Exercice 4



1) H(0) = 1,5 qui est la taille du garçon
2) On a

$$-\frac{1}{10}(7t-15)(7t+1) = -\frac{1}{10}(49t^2-98t-15) = -4{,}9t^2+9{,}8t+1{,}5 = H(t)$$

3) On doit résoudre $(7t-15)(7t+1)=0$ $donc\ x = 15/7\ ou\ x = -1/7$

$$x = \frac{15}{7}$$

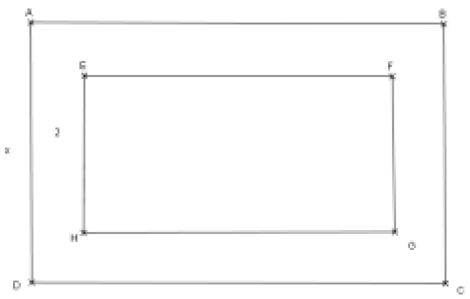
Cela signifie que le caillou touche le sol au bout de 15/7 secondes .

Le caillou monte à 6,3 mètres en 1 seconde
Le garçon risque de prendre le caillou sur la tête quand celui-ci revient à la hauteur de 1,5 mètres c'est-à-dire graphiquement quand x = 2 secondes environ
Par le calcul :

$$-4{,}9t^2+9{,}8t+1{,}5 = 1{,}5 \Leftrightarrow t(-4{,}9t+9{,}8)=0 \Leftrightarrow t=0\ ou\ t=2$$

t	0	1	15/7
H(t)	↗	6,3	↘

Exercice 5

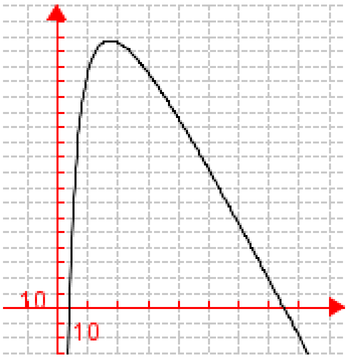


1) On peut donner à x toutes les valeurs entre 0 et 300 non comprises
2) On a

$$AB = \frac{300}{x}\ donc\ EF = \frac{300}{x} - 4\ et\ EH = x-4\ donc\ A(x) = (x-4)\left(\frac{300}{x}-4\right)$$

3) Courbe : puisque A(x) représente une aire , on ne garde que la partie positive

Corrigé fiche 2



4) La valeur maximale est environ 180 m² atteinte pour x = 20 m . Le tableau :

x	0	20	300
A(x)	↗	180	↘

Exercice 6

1) Tableau de variations :

x	0	2	4
f(x)	↘	0	↗

2) Quand on dessine la courbe avec un pas très petit (quitte à faire un zoom ou à utiliser la table) , on remarque qu'en fait le minimum est atteint pour x = 2,05 et pas 2 !

Exercice 7

x	a	b	f(x)
1	1	3	-8
-2	4	-6	13

On a $f(x) = x^2 - 6x - 3$

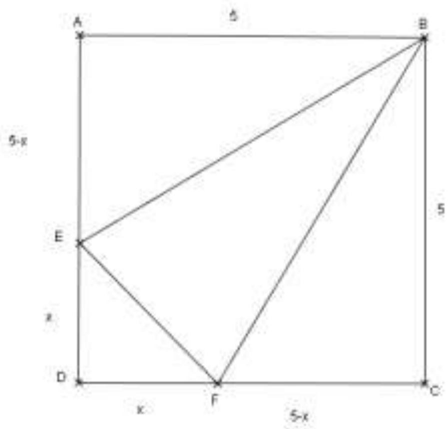
Exercice 8

1) Si ABCD est un carré , alors AB = CD : vrai
2) Pour tout x < 0 , si $x^2 > 9$ alors $x < -3$: vrai
3) Si f est croissante sur [a,b] alors f(a) < f(b) : vrai
4) Si x > 5 alors x > 6 : faux (5,5)

Réciproques

1) Si AB = CD alors ABCD carré : faux (il faut en plus parallélogramme et rectangle)
2) Si x < - 3 , il existe un réel négatif tel que $x^2 > 9$: vrai
3) Si f(a) < f(b) alors f est croissante sur [a ;b] : faux (prendre une valeur entre les deux plus petite que f(a))
4) Si x > 6 alors x > 5 : vrai

Problème



1) Puisque AD = 5 cm alors x est dans l'intervalle [0 ;5]
2) On a $f(x) = x\sqrt{2}$ par Pythagore dans EDF .

Et $g(x) = \sqrt{25 + (5-x)^2} = \sqrt{50 - 10x + x^2}$

3) EBF est équilatéral si EF = BF (puisque BE = BF) donc quand f(x) = g(x) et par lecture graphique , on a : x = 3, 8 cm .
4) On doit résoudre f(x) = g(x) ou puisque ce sont des longueurs $f^2(x) = g^2(x)$ ce qui donne : $2x^2 = 50 + x^2 - 10x$
5) On a : $x^2 + 10x - 50 = 0$ soit : $(x + 5)^2 - 25 - 50 = 0$ donc $(x + 5)^2 - 75 = 0$ d'où : $(x + 5 - 5\sqrt{3})(x + 5 + 5\sqrt{3}) = 0$ *donc* $x = 5\sqrt{3} - 5$ *ou* $x = -5 - 5\sqrt{3}$

Corrigé fiche 2

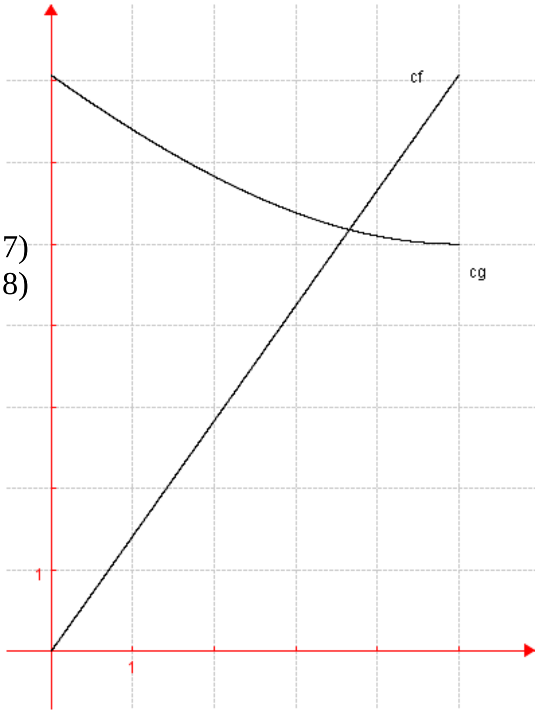
Et puisque x est une longueur , alors : x = $5\sqrt{3}-5$

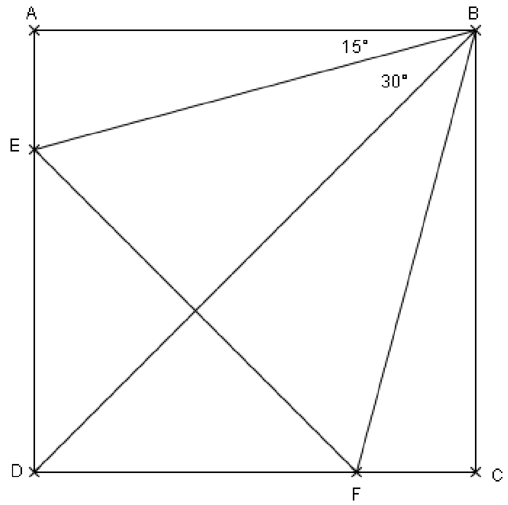
C'est environ 3,7 cm ce qui valide notre lecture graphique

6) Puisque EBF est isocèle en B , (DB) est bissectrice de $\widehat{EBF}$. Donc l'angle $\widehat{EBD}$ vaut 30° . On trace donc (BD) puis un angle de 30° au dessus ; cette droite coupe (AD) en E . On fait de même en dessous de (DB) et cette droite coupe (DC) en F . Le triangle EBF est alors équilatéral .

7)

8)





On a :

$$\cos 15 = \frac{AB}{EB} = \frac{5}{x\sqrt{2}}\ avec\ x = 5\sqrt{3}-5\ puisque\ EBF\ équilélatéral$$

$$\cos 15 = \frac{5}{5\sqrt{6}-5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$