

Exercice 1

Un fournisseur d'accès internet effectue une enquête de satisfaction sur un panel de 2000 clients, dont l'abonnement a plus de 12 mois d'ancienneté.

Parmi eux :

- 900 n'ont jamais subi de coupure prolongée de connexion.
- 500 clients ont connu leur dernière coupure prolongée de connexion dans les 12 derniers mois.
- les autres clients ont connu leur dernière coupure prolongée de connexion il y a plus d'un an.

L'enquête révèle que :

- 95 % des clients n'ayant jamais subi de coupure prolongée se déclarent satisfaits du service fourni.
- 50 % des clients ayant subi une coupure prolongée de connexion dans les douze derniers mois se déclarent satisfaits du service fourni.
- 70 % des clients ayant subi une coupure prolongée de connexion il y a plus d'un an se déclarent satisfaits du service fourni.

On choisit au hasard un client parmi ceux qui ont été interrogés. On considère les événements suivants :

J : le client n'a jamais subi de coupure prolongée de connexion

R : la dernière coupure prolongée de connexion du client est survenue au cours des douze derniers mois (elle est récente)

A : la dernière coupure prolongée de connexion du client date d'il y a plus d'un an (elle est ancienne)

S : le client se déclare satisfait

\bar{S} désigne l'évènement contraire de S .

1. (a) Calculer les probabilités des événements J , R et A .
(b) Construire un arbre pondéré décrivant la situation, en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.
2. Calculer la valeur exacte de la probabilité que le client soit satisfait et n'ait jamais subi de coupure prolongée de connexion.
3. Démontrer que la probabilité que le client choisi se déclare satisfait est égale à 0,7625.

4. Le client choisi se déclare satisfait du service fourni. Quelle est la probabilité qu'il ait subi une coupure prolongée de connexion au cours des douze derniers mois (on donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième) ?
5. On choisit au hasard trois clients parmi ceux du panel interrogé durant l'enquête. On admet que ce panel est suffisamment important pour assimiler ces choix à des tirages successifs indépendants avec remise.

Déterminer la probabilité qu'au moins un des clients choisis se déclare non satisfait du service fourni (on donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième).

Exercice 2

Un restaurateur propose trois formules à midi.

Formule A : Plat du jour/Dessert/Café

Formule B : Entrée/Plat du jour/Dessert/Café

Formule C : Entrée/Plat du jour/Fromage/Dessert/Café

Lorsqu'un client se présente au restaurant pour le repas de midi, il doit choisir une des trois formules proposées et commander ou non du vin.

Le restaurateur a constaté qu'un client sur cinq choisit la formule A, tandis qu'un client sur deux choisit la formule B.

On sait aussi que :

- Parmi les clients qui choisissent la formule A, une personne sur quatre commande du vin.
- Parmi les clients qui choisissent la formule B, deux personnes sur cinq commandent du vin.
- Parmi les clients qui choisissent la formule C, deux personnes sur trois commandent du vin.

Un client se présente au restaurant pour le repas du midi. On considère les évènements suivants :

A : Le client choisit la formule A

B : Le client choisit la formule B

C : Le client choisit la formule C

V : Le client commande du vin

Si A et B désignent deux évènements d'une même expérience aléatoire, alors on notera \bar{A} l'évènement contraire de A, $p(A)$ la probabilité de l'évènement A, et $p_A(B)$ la probabilité de l'évènement B sachant que A est réalisé.

1. Calculer $p(C)$.

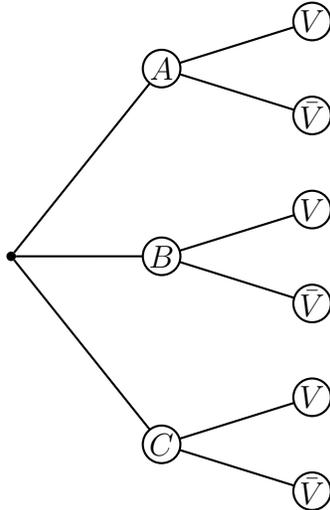


Figure 1:

2. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités donné par la figure 1.
3. Montrer que $p(V) = 0,45$.
4. Le client commande du vin. Calculer la probabilité qu'il ait choisi la formule A.
5. La formule A coûte 8 euros, la formule B coûte 12 euros et la formule C coûte 15 euros. Le vin est en supplément et coûte 3 euros. On note D la dépense en euro d'un client venant manger le midi au restaurant.
 - (a) Déterminer la loi de probabilité de D .
 - (b) Calculer la dépense moyenne par client en euro.

Exercice 3

Dans un salon de coiffure pour femmes, le coloriste propose aux clientes qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires :

- une coloration naturelle à base de plantes qu'il appelle couleur-soin ,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, qu'il appelle effet coup de soleil .

Ce coloriste a fait le bilan suivant sur ces prestations :

- 40 % des clientes demandent une couleur-soin .
- parmi celles qui n'en veulent pas, 30 % des clientes demandent un effet coup de soleil .
- de plus, 24 % des clientes demandent les deux à la fois.

On considère une de ces clientes.

On notera C l'évènement la cliente souhaite une "couleur-soin".

On notera M l'évènement la cliente souhaite un "effet coup de soleil".

1. Calculer la probabilité de M sachant C notée $P_C(M)$.
2. Construire un arbre pondéré qui illustre la situation.
3. Calculer la probabilité que la cliente ne souhaite ni une couleur-soin , ni un effet coup de soleil .
4. Montrer que la probabilité de l'évènement M est égale à 0,42.
5. Une couleur-soin coûte 35 euros et un effet coup de soleil coûte 40 euros.
 - (a) Recopier puis compléter sans justifier le tableau suivant donnant la loi de probabilité du gain en euros du coloriste par client :

x_i	75	40	35	0
p_i	0,24			0,42

- (b) Donner l'espérance E de cette loi.
- (c) Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Combien le coloriste doit-il facturer la réalisation d'un effet coup de soleil pour que l'espérance de gain par client augmente de 15 % ?

Exercice 4

L'entreprise E produit un modèle de lave-vaisselle. La production de ce lave-vaisselle est répartie sur trois sites industriels A, B, C , qui sont d'importances inégales.

- Le site A assure 60 % de la production.
- Le site B assure 30 % de la production.
- Le site C assure le reste de la production.

Après plusieurs années de commercialisation, on note que 37 % des lave-vaisselles en provenance du site A connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation ; 25 % des lave-vaisselles provenant du site B connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation, et 12 % de ceux provenant du site C connaissent une panne avant 5 ans d'utilisation.

On choisit au hasard un lave-vaisselle produit par l'entreprise E .

Dans la suite on désigne par A , (respectivement par B, C) l'évènement le lave-vaisselle choisi est issu du site de production A (respectivement B, C) .

On désigne par S , l'évènement le lave-vaisselle tombe en panne avant 5 ans ; \bar{S} désigne l'évènement contraire de S .

Dans cet exercice les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.

1. (a) Préciser les valeurs des probabilités $p(A)$ et $p(B)$.
- (b) On note $p_A(S)$ (respectivement $p_B(S), p_C(S)$) la probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement A (respectivement B, C) est réalisé ; calculer $p_A(S), p_B(S)$ et $p_C(S)$.

- (c) Construire un arbre illustrant la situation, en indiquant sur les branches adéquates les probabilités données dans l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le lave-vaisselle provienne du site A et connaisse une panne avant 5 ans ?
 3. Démontrer que la probabilité de l'évènement S est 0,309.
 4. Le lave-vaisselle est tombé en panne avant 5 ans d'utilisation ; quelle est la probabilité qu'il provienne du site B ?
 5. Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

L'entreprise E assure le service après-vente : si le lave-vaisselle tombe en panne avant 5 ans d'utilisation, elle finance la réparation, dont le prix est estimé à 110 euros par appareil réparé.

Déterminer, pour l'entreprise, le coût moyen par lave-vaisselle de ces réparations.

Exercice 5

e service qualité d'une entreprise textile contrôle systématiquement la texture et la couleur des tissus qu'elle produit.

Pour être déclaré de qualité supérieure un tissu doit subir avec succès les deux contrôles : le premier sur la texture, le second sur la couleur.

À cette fin, le service qualité effectue une étude statistique sur la production d'un mois. Cette étude a montré que :

- 90 % des tissus passent le contrôle sur la texture avec succès.
- Parmi ceux qui ne passent pas avec succès ce premier contrôle, 40 % ont passé le deuxième contrôle sur la couleur avec succès.
- 80 % des tissus sortant de cette entreprise sont déclarés de qualité supérieure .

Une machine de contrôle de qualité prélève au hasard un échantillon d'un des tissus produits par cette entreprise pendant le mois d'étude.

On considère les évènements suivants :

- T : l'échantillon de tissu prélevé passe avec succès le premier contrôle sur la texture ,
- C : l'échantillon de tissu prélevé passe avec succès le deuxième contrôle sur la couleur,
- S : l'échantillon de tissu prélevé est déclaré de qualité supérieure.

Ainsi $S = T \cap C$.

Rappels de notation : Soient A et B deux évènements

- la probabilité de l'évènement A est notée $p(A)$;
- si $p(B) \neq 0$, $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé ;
- l'évènement contraire de l'évènement A est noté \bar{A} .

1. À l'aide de l'énoncé, construire un arbre de probabilité décrivant la situation. Il sera complété au cours de la résolution de l'exercice. :
2. Démontrer que $p_T(C) = \frac{8}{9}$.
3. Interpréter l'évènement $\overline{T} \cap \overline{C}$, puis calculer la probabilité de cet évènement.
4. Démontrer que la probabilité de l'évènement: l'échantillon de tissu prélevé ne passe pas avec succès le contrôle sur la couleur est égale à 0,16.