1 Généralités sur les fonctions

1.1 Courbes représentatives

Définition.

On appelle courbe représentative de f l'ensemble des points $M(x; f(x))$

Un point $A(a; b)$ appartient à la courbe de f si et seulement si $b = f(a)$

Exemple.

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 5x + 1$. Le point $A(1; -3)$ appartient-il à la courbe de f ?

1.2 Parité , périodicité

Définition.

- Soit f une fonction définie sur un intervalle I centré en 0 . On dit que f est une fonction paire si et seulement si pour tout x de I , $f(-x) = f(x)$
- Soit f une fonction définie sur un intervalle I centré en 0 . On dit que f est une fonction impaire si et seulement si pour tout x de I , $f(-x) = -f(x)$

Exemple.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$ par $f(x) = x^4 - x^2 + 8$. Montrer que la fonction f est paire .

Propriété.

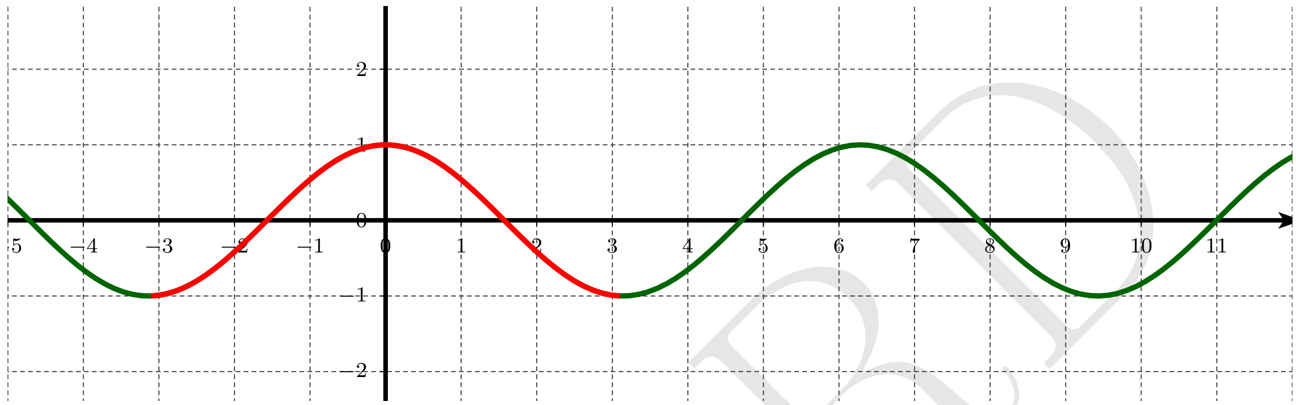
- La courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
- La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère .

Définition.

On dit qu'une fonction f définie sur I est périodique de période T si et seulement si pour tout x de I , $f(x + T) = f(x)$

Exemple.

Les fonctions $f(x) = cosx$ et $g(x) = sinx$ qui seront étudiées l'année prochaine , sont $2\pi-$périodiques . Leurs courbes ont un "motif" de longueur 2π qui se répète à l'infini (ci-dessous la courbe de f)



1.3 Résolution graphique d'équations et d'inéquations

Définition.

- Résoudre $f(x) = k$, c'est déterminer l'abscisse x des points qui appartiennent à la courbe de f et dont l'ordonnée est égale à k .
- Résoudre $f(x) = g(x)$, c'est déterminer l'abscisse x des points qui appartiennent à la courbe de f et à la courbe de g .
- Résoudre $f(x) < k$, c'est déterminer à quel intervalle appartient l'abscisse x des points de la courbe de f dont l'ordonnée est inférieure à k .
- Résoudre $f(x) > k$, c'est déterminer à quel intervalle appartient l'abscisse x des points de la courbe de f dont l'ordonnée est supérieure à k .

1.4 Résolution algébrique d'inéquations

Propriété.

$ax + b$ est du signe de a pour $x \in \left]-\frac{b}{a}; +\infty\right[$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		signe de -a	0	signe de a	

Exemple.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$2x-8$	0

2 Fonctions de référence

2.1 Fonction racine

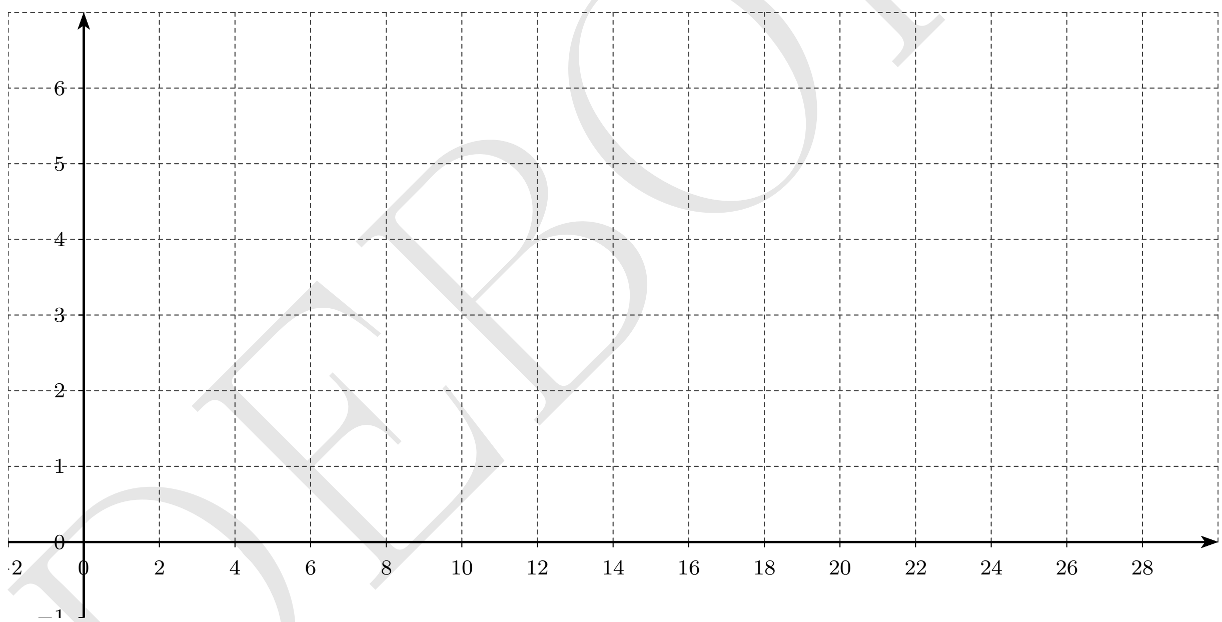
Définition.

La fonction racine est la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x}$

Exemple.

Tracer la courbe de $f(x)=\sqrt{x}$.

x	0	1	4	9	16	25
$\sqrt{x}$						



2.2 Fonction carré

Définition.

- La fonction carré est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$
- Sa courbe représentative est appelée parabole

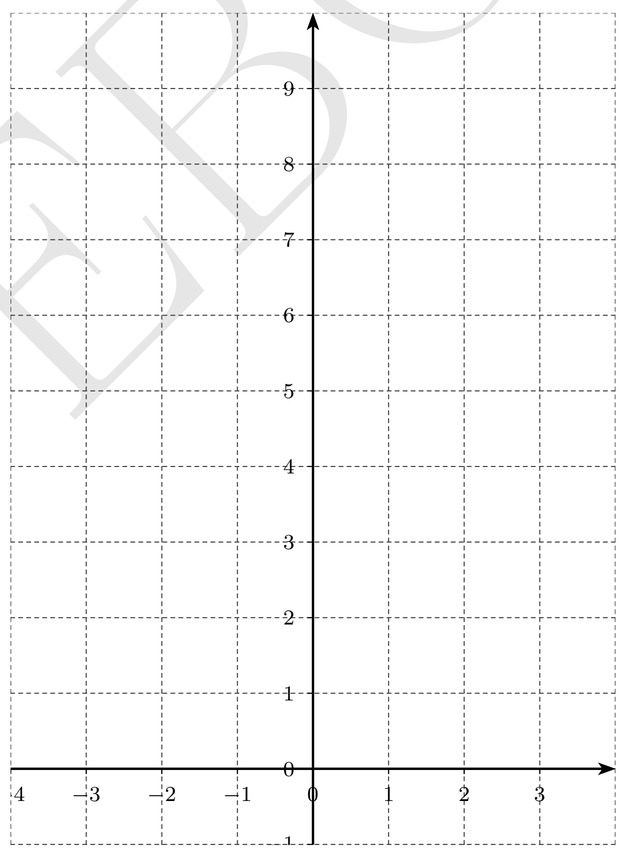
Propriété.

- La fonction carré est une fonction paire .
- La courbe de la fonction carré admet pour axe de symétrie l'axe des ordonnées et pour sommet l'origine du repère .

Exemple.

Tracer la courbe de $f(x) = x^2$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2							



2.3 Fonction cube

Définition.

La fonction cube est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$

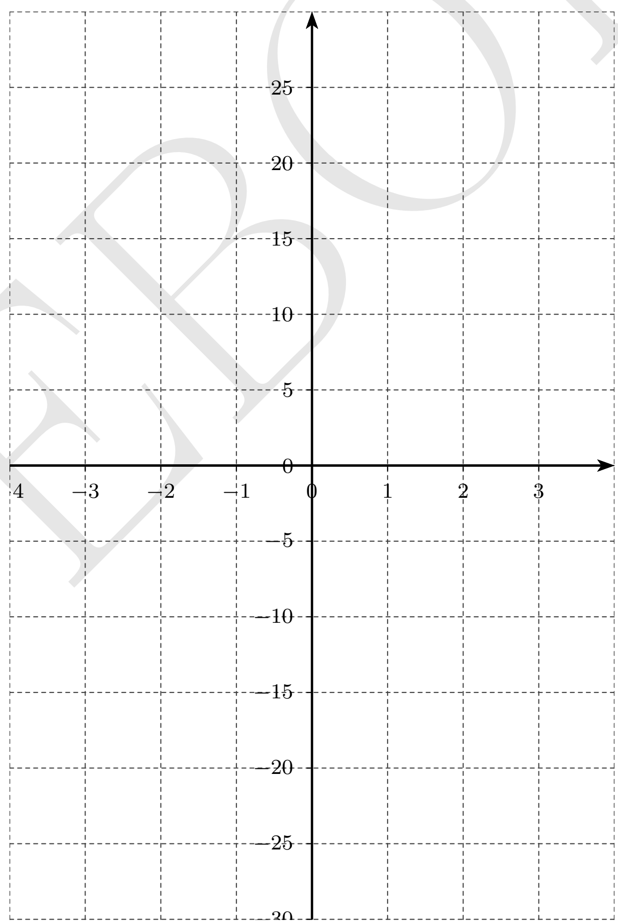
Propriété.

- La fonction cube est une fonction impaire .
- La courbe de la fonction cube admet pour centre de symétrie l'origine du repère .

Exemple.

Tracer la courbe de $f(x) = x^3$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^3							



2.4 Fonction inverse

Définition.

- La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$
- La courbe de la fonction inverse s'appelle une hyperbole .

Propriété.

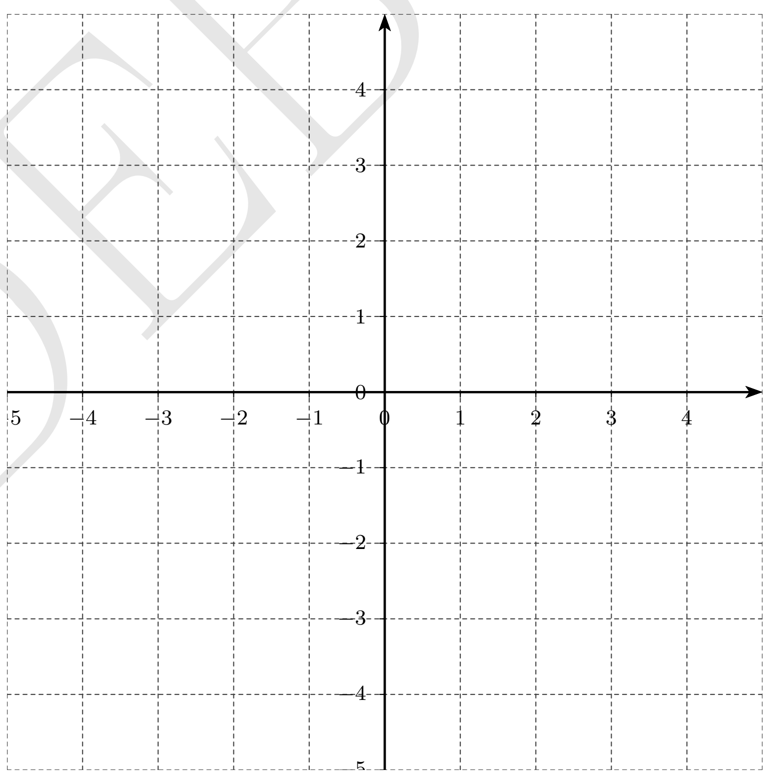
- Les axes du repère sont des asymptotes à la courbe .
- La fonction inverse est une fonction impaire .
- L'origine du repère est centre de symétrie de la courbe de la fonction inverse .

Exemple.

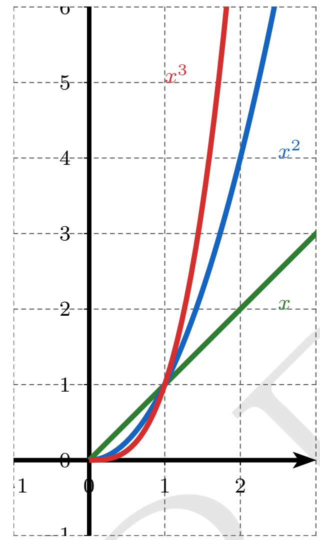
Tracer la courbe de la fonction inverse :

Commençons par remplir le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-2	-1	0.5	0	0.5	1	2	5
$\dfrac{1}{x}$									



Propriété.



- $\forall x \geq 1 : x \leq x^2 \leq x^3$

- $\forall x \in [0;1] : x^3 \leq x^2 \leq x$