Fiche méthode : encadrement d'une valeur par balayage

Principe

Lorsque qu'on travaille avec des fonctions un peu « compliquées » , on ne peut pas toujours résoudre par le calcul une équation . Mais on peut avoir besoin (pour faire un graphique plus précis par exemple) de donner une valeur approchée des solutions . On peut alors utiliser la méthode de dichotomie ou la méthode de balayage . C'est celle-ci qu'on va détailler ici .

Méthode

On entre la fonction dans la calculatrice , on créée des tableaux de valeurs successifs en divisant le pas par 10 à chaque fois .

Exemple

On va chercher à encadrer à 0,001 près la solution de f(x) = 0 dans [1 ;8]
avec $f(x) = x^2 -5x – 12$
On commence par entrer la fonction dans la calculatrice (touche f(x) = pour les TI ou menu table pour casio) .
On donne comme instructions de faire un tableau début 1 pas 1 (on va commencer par encadrer entre deux entiers successifs)

On obtient :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	-16	-18	-18	-16	-12	-5	2	12

L'équation f(x) = 0 admet a pour solution si f(a) = 0 . On remarque dans le tableau que f(6) < 0 et que f(7) > 0 donc f(6) < f(a) < f(7) donc 6 < a < 7 .
On fait donc un nouveau tableau début 6 , pas 0,1 .

On obtient :

x	6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7
f(x)	-5	-5,29	-4,56	-3,81	-3,04	-2,25	-1,44	-0,61	0,24	1,11	2

Avec le même raisonnement que précédemment on peut dire que 6,7 < a < 6,8

On recommence :

x	6,7	6,71	6,72	6,73	6,74	6,75	6,76	6,77	6,78	6,79	6,8
f(x)	-0,6	-0,5	-0,4	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	-0,02	0,07	0,15	0 ,24

Avec toujours le même raisonnement : 6,77 < a < 6,78

Et encore une dernière fois car on veut un encadrement à 0,001 près c'est-à-dire trois chiffres après la virgule

x	6,77	6,771	6,772	6,773	6,774	6,775	6,776	6,777	6,778	6,779	6,78
f(x)	-0,02	- 0,008	- 0,00001	0,009	0,02	0,03	0,03	0,04	0,005	0 ,06	0,07

On a donc 6,772 < a < 6,773