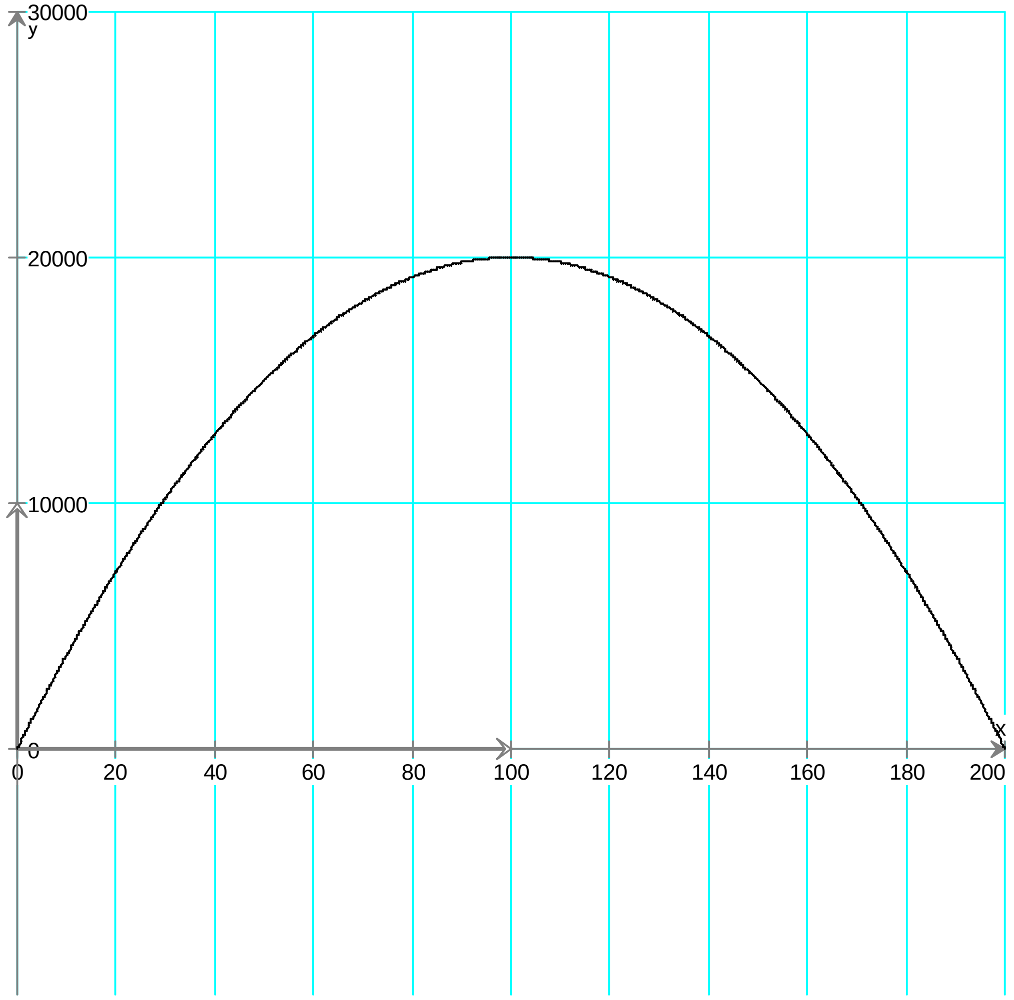
Corrigé des problèmes d'optimisation

Exercice 1

Puisque la clôture doit être égale à 400 m , on a : 2 x + y = 400 (car le côté rivière n'a pas besoin de clôture) donc y = 400 – 2 x .

L'aire du champ est x y = x (400 – 2 x) donc A(x) = - 2 x² + 400 x .

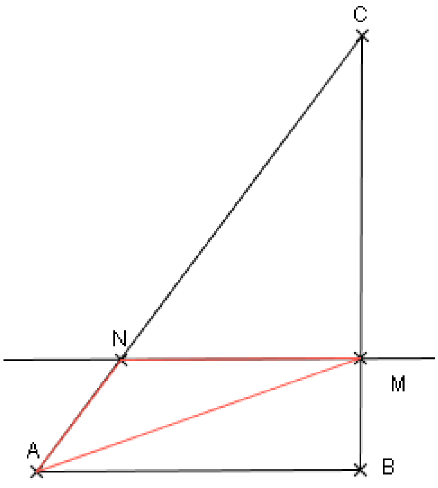
x appartient à l'intervalle [0 ; 200] , on étudie la fonction A sur cet intervalle : on trace la courbe et on regarde graphiquement pour quelle valeur A est maximale :



A est maximale pour x = 100

On fera donc un champ de largeur 100 m et de longueur 400 - 200 = 200 m.

Exercice 2



Pour trouver l'aire de AMN , il suffit de calculer l'aire du trapèze ABMN puis d'ôter l'aire du triangle rectangle ABM .

Aire du trapèze = $\dfrac{petite base + grande base}{2} \times hauteur$

$= \dfrac{AB + MN}{2} \times BM = \dfrac{3 + MN}{2} \times x$

On a besoin de calculer MN en fonction de x

On applique Thalès dans CAB : $\dfrac{CM}{CB} = \dfrac{NM}{BA}$ donc

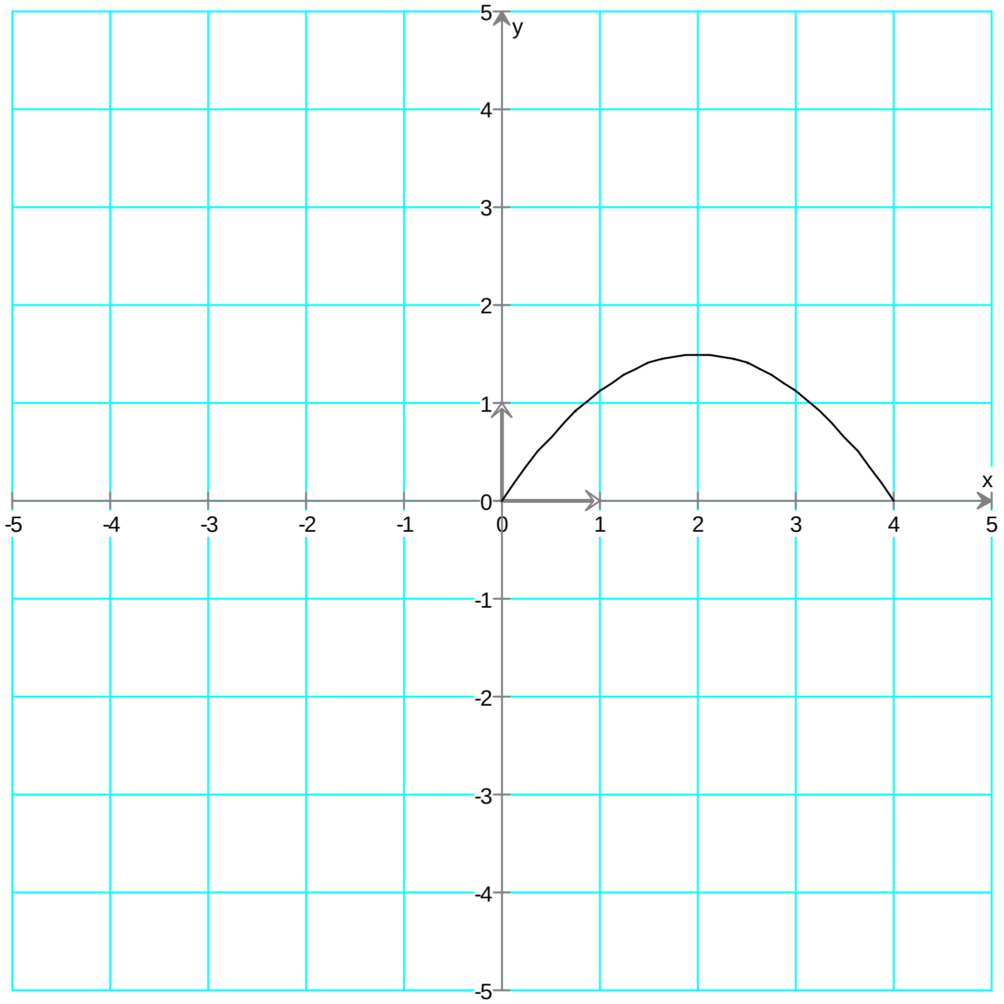
$\dfrac{4 - x}{4} = \dfrac{NM}{3}$ d'où MN = $\dfrac{3}{4}(4 - x)$

On a donc aire du trapèze : $\frac{3}{2}x + \frac{3}{8}x(4-x)$

L'aire du triangle ABM est égale à : $\frac{3}{2}x$

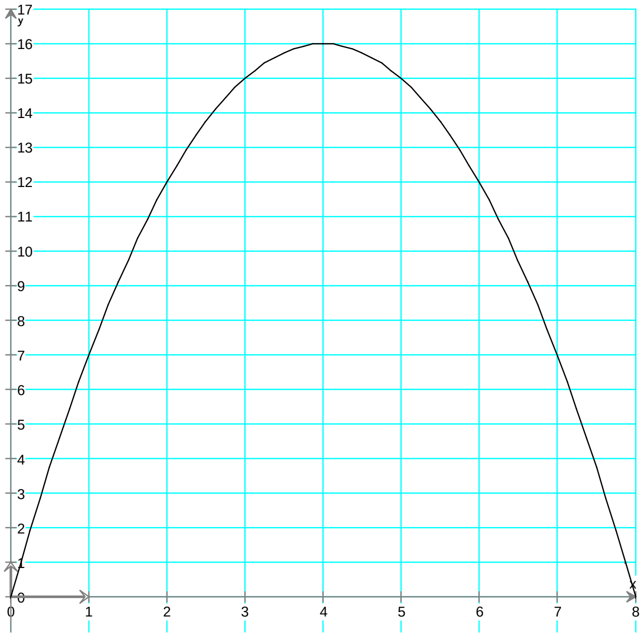
Donc l'aire de AMN : A(x) = $\frac{3}{8}x(4-x)$ avec x dans l'intervalle [0 ;4] car M est sur [BC] et BC = 4 .

On trace la courbe de cette fonction et on regarde le maximum :



le maximum est pour x = 2 .

Exercice 3



Soit x la longueur et y la largeur :
2 (x + y) = 16 donc y = 8 – x et
A(x) = x (8 – x) avec x dans l'intervalle [0 ;8] .
On trace la courbe et on regarde s'il y a un maximum
Max pour x = 4 .
Donc les cadres carrés de 4 dm de côté répondent à la question

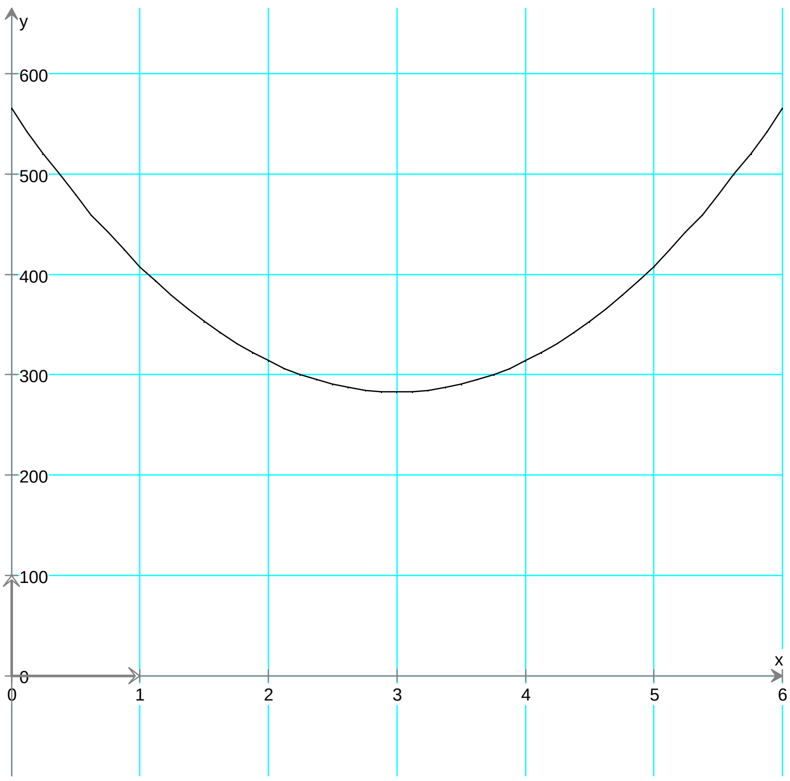
Exercice 4

Il faut déterminer l'aire des deux rideaux pour pouvoir calculer la dépense

A(x) = $\frac{1}{4}\pi x^2 + \frac{1}{4}\pi(6-x)^2 = \frac{1}{4}\pi(2x^2 - 12x + 36) = \pi\left(\frac{1}{2}x^2 - 3x + 9\right)$

La dépense est donc : 20A(x) donc d(x) = $\pi\left(10x^2 - 60x + 180\right) = 10\pi(x^2 - 6x + 18)$

On trace la courbe de cette fonction avec x dans l'intervalle [0 ;6]



le minimum est pour x = 3
(pour être plus précis , on peut avoir recours au tableur ou à la calculatrice)
Pour x = 3 ,
d(x) = $90\pi \cong 280$ € .