Méthodes de factorisation

En faisant apparaître un facteur commun

On regarde si dans l'expression donnée , on a un facteur commun , c'est-à-dire un nombre , une lettre ou une expression qui sont dans chaque terme de l'énoncé .

Rappel : les termes sont séparés par les signes + ou –
Exemple : dans l'expression , $2x^2 + 5x + 7$, il y a trois termes qui sont le premier $2x^2$, le deuxième $5x$ et le troisième 7 .

- Astuce : pour faire apparaître les facteurs communs , on n'hésite pas à utiliser de la couleur !

Exemple 1

Factoriser : $6x + 9$. Tout d'abord on se rappelle que $6 = 3\times 2$ et que $9 = 3\times 3$ puis on utilise les couleurs :
$6x + 9 = 3\times 2x + 3\times 3 = 3(2x + 3)$

- Astuce : dans la parenthèse , il reste ce qui n'a pas été mis en couleur !

Exemple 2

Factoriser : $5x^2 + 7x$. Il n'y a pas de facteur commun dans les nombres car 5 et 7 ne sont pas multiples l'un de l'autre . Mais quand on regarde bien les lettres , on remarque que $x^2 = x\ x$
On passe à la couleur :
$5x^2 + 7x = 5\ x\ x + 7\ x = x(5x + 7)$

Exemple 3

Factoriser : $4(x-2) + 3x(x-2)$. Il n'y a pas de facteur commun dans les nombres mais on s'aperçoit qu'il y a une expression entre parenthèse qui apparaît dans les deux termes . On passe à la couleur :
$4(x-2) + 3x(x-2) = (x-2)(4 + 3x)$

Remarque : on peut avoir un mélange de ces trois exemples

Exemple 4

Factoriser : $2x^2(x-3) + 8x(x-3)$. On remarque que 8 est un multiple de 2 , de plus une expression entre parenthèse est dans les deux termes et enfin x est aussi dans x^2 . Passons à la couleur :
$2x^2(x-3) + 8x(x-3) = 2xx(x-3) + 2\times 4x(x-3) = 2x(x-3)(x+4)$

Exemple 5

Factoriser $3x + 3$. On voit clairement que 3 est en commun . Passons aux couleurs :
$3x + 3 = 3x + 3\times 1 = 3(x + 1)$

- Astuce : Lorsque le facteur commun est seul sans multiplicateur , il faut penser à mettre le 1

Méthodes de factorisation

En utilisant une identité remarquable

Tout d'abord , il faut se rappeler des trois formules et les connaître plus que par cœur :
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Utilisation de la troisième formule : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

On l'utilise quand on est en présence d'un carré moins un carré

Exemple 1

Factoriser : $x^2 - 9$. On regarde si on a des carrés : x^2 est le carré de x et 9 est le carré de 3
donc : $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$.
Remarque : on a appliqué la formule en remplaçant a par x et b par 3 .

Exemple 2

Factoriser : $(x-6)^2 - (3x+8)^2$. On remarque tout de suite les carrés au dessus des parenthèses et donc on remplace a par la première parenthèse et b par la deuxième .
$(x-6)^2 - (3x+8)^2 = [(x-6)-(3x+8)][(x-6)+(3x+8)] =$
$(x-6-3x-8)(x-6+3x+8) = (-2x-14)(4x+2)$

Exemple 3

Factoriser : $x^2 - 8$. Il faut penser ici que 8 est le carré de $\sqrt{8}$. On a alors $x^2 - (\sqrt{8})^2$ et on factorise de façon classique en remplaçant le a par x et le b par $\sqrt{8}$.
$x^2 - 8 = (x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8})$

En utilisant les deux autres formules

Le principe d'utilisation des deux autres formules est le même ; la seule variante concerne le signe + ou – à mettre dans la parenthèse . Pour déterminer la formule correcte , dans un premier temps , on ne s'intéresse qu'aux carrés et on laisse de côté le terme en x .

Exemple 1

Factoriser : $x^2 + 10x + 25$.
$x^2 + 10x + 25$ donc la formule à utiliser est $(a+b)^2$
$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 10x + 5^2$. On devine donc que la formule aura x à la place de a et 5 à la place de b .
on vérifie : $2ab = 2 \times x \times 5 = 10x$.
la formule définitive est donc : $(x+5)^2$.

Exemple 2

Factoriser : $x^2 - 10x + 25$.
C'est le même raisonnement que l'exemple précédent : la seule variante est le $-10x$ qui nous indique que la formule sera $(a-b)^2$ et donc $(x-5)^2$.

En mélangeant le tout

On peut aussi avoir des expressions plus compliquées qui ne sont globalement ni avec un facteur commun , ni une identité remarquable . Dans ces cas , il faut bien regarder et essayer de trouver une identité remarquable dans une partie de l'expression .

Astuce : en maths , il faut toujours avoir les yeux grands ouverts !

Exemple :

Factoriser : $x^2 - 9 + 5x (x – 3)$.

A première vue , rien de significatif ; mais en détaillant $x^2 - 9$ est une identité remarquable qu'on sait pouvoir factoriser par $(x – 3) (x + 3)$ On obtient donc :

$x^2 - 9 + 5x (x – 3) = (x + 3) (x – 3) + 5x (x – 3) = (x – 3) (x + 3 + 5x) =$

$(x – 3) (6x + 3) = (x – 3) [3 (2x + 1)] = 3 (x – 3) (2x + 1)$.