1 Les racines

A retenir

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ avec a et b réels positifs .

Le principe

On compare les carrés des deux membres de l'égalité

La démonstration

Soient a et b réels positifs . D'une part , $(\sqrt{ab})^2 = ab$
D'autre part , $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = ab$
On a donc : $(\sqrt{ab})^2 = (\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2$ donc $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ou $\sqrt{ab} = -\sqrt{a} \times \sqrt{b}$. Mais une racine est positive , donc $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

A retenir

$\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$ avec a et b réels positifs .

Le principe

On compare les carrés des deux membres de l'inégalité ;

La démonstration

Soit $A = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ alors $A^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{a}\sqrt{b}$
Or $\sqrt{a}\sqrt{b} > 0$ donc $A^2 > a + b$ autrement dit $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 > a + b$ et donc puisque les quantités sont positives , $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

2 Les identités remarquables

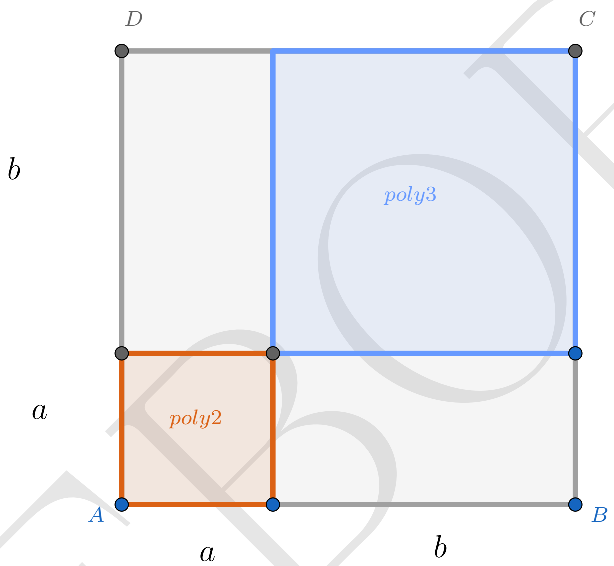
A retenir

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Le principe

On utilise les propriétés géométriques des aires de carrés .

La démonstration



L'aire du poly 2 est a^2
L'aire du poly 3 est b^2
L'aire des deux rectangles est pour chacune ab
On peut écrire l'aire de ABCD de deux façons différentes :

- Soit en considérant ABCD comme la somme de poly 2 , poly 3 et des deux rectangles , ce qui donne : $a^2 + 2ab + b^2$
- Soit en considérant ABCD comme un carré de côté $a+b$ ce qui donne $(a+b)^2$
- Et puisque ABCD a une seule aire , on obtient l'égalité entre les deux écritures : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$