

1 Calcul numérique

1.1 Les fractions

Propriété.

- L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$
- $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$. Pour ajouter des fractions , elles doivent avoir le même dénominateur
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemple.

a) $\frac{5}{4} + \frac{7}{4} =$

b) $\frac{7}{2} \times \frac{4}{7} =$

c) $\frac{\frac{1}{7}}{\frac{2}{3}} =$

1.2 Les puissances

Définition.

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \text{ n fois}$$

Exemple.

$$a^4 = a \times a \times a \times a$$

Propriété.

Soient a , b réels et m , n entiers .

- $a^0 = 1$, $a^1 = a$ et $a^{-1} = \frac{1}{a}$
- $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
- $(a^n)^m = a^{nm}$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(ab)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemple.

a) $10^{-5} =$

b) $(3x)^2 =$

1.3 Les racines**Définition.**

Soit a un réel positif et soit b un réel positif tels que $a = b^2$, alors on appelle racine de a le nombre $\sqrt{a} = b$

Propriété.

- \sqrt{a} n'est pas défini si $a < 0$
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$.
- $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Exemple.

Réduire : $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 12\sqrt{3} =$

Exemple.

Développer et réduire : $(\sqrt{2} - 5)(2 - \sqrt{5}) =$

Exemple.

Simplifier : $\sqrt{25} = \dots\dots\dots$

Exemple.

Simplifier : $\sqrt{3} \times \sqrt{3} =$

Exemple.

Simplifier : $\sqrt{18} =$

Exemple.

Simplifier : $\sqrt{\frac{25}{4}} =$

2 Calcul littéral

2.1 Développement et factorisation

Propriété.

Distributivité : $a(b + c) = ab + ac$

Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple.

Développer et réduire : $3(x - 2) =$

Développer et réduire : $(2 - x)(3x - 7) =$

Exemple.

Factoriser : $3x^2 - 6x =$

2.2 Identités remarquables



$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

A retenir

Exemple.

Développer : $(2x + 1)^2 =$

Exemple.

Développer : $(3 - x)^2 =$

Exemple.

Développer : $(3 - 2x)(3 + 2x) =$

Exemple.

Factoriser : $25 - x^2 =$

Exemple.

Factoriser : $x^2 - 8x + 16 =$

2.3 Expressions rationnelles

Définition.

$\frac{ax + b}{cx + d}$ n'existe pas si $cx + d = 0$. La valeur qui annule le dénominateur est appelée valeur interdite.

Exemple.

Donner la valeur interdite de $\frac{2x - 5}{x + 2}$.

Propriété.

$\frac{ax + b}{cx + d} = 0 \iff ax + b = 0 \text{ et } cx + d \neq 0$

Exemple.

Résoudre $\frac{2x - 1}{x + 8} = 0$

Propriété.

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \iff AD = BC \text{ et } B \neq 0 \text{ et } D \neq 0$

Exemple.

Résoudre $\frac{3x - 5}{x + 2} = \frac{4}{5}$



Astuce

Pour calculer avec des fractions rationnelles, on utilise les méthodes des fractions simples.

Exemple.

Simplifier : $5 + \frac{3x - 5}{x + 8}$

3 Equations , inéquations

3.1 Equations

Propriété.

$$(ax + b)(cx + d) = 0 \iff ax + b = 0 \text{ ou } cx + d = 0$$

Exemple.

Résoudre : $(3x - 5)(x + 7) = 0$.

Exemple.

Résoudre : $(x - 5)(x + 2)(3x - 9) = 0$

Propriété.

$x^2 = a$ n'a pas de solution si $a < 0$

$x^2 = a$ admet une unique solution $x = 0$ si $a = 0$

$x^2 = a$ admet deux solutions si $a > 0$ qui sont $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$

Exemple.

Résoudre : $x^2 + 1 = 0$

Exemple.

Résoudre : $(3x - 5)(x^2 + 1) = 0$

3.2 Inéquations

Propriété.

Soit une inégalité $a < b$.

- Soit c un nombre réel, alors $a + c < b + c$
- Soit c un nombre réel positif, alors $ac < bc$
- Soit c un nombre réel négatif, alors $ac > bc$
- Soit une inégalité $c < d$, alors $a + c < b + d$

Exemple.

Si $x < 5$ et $y < 3$ alors $x + y < 8$