

Corrigé exercices inéquations

Exercice 1

1) $\frac{x-2}{x+2} \leq 0$ donne le tableau suivant :

x	$-\infty$		- 2		2		$+\infty$
x - 2		-		-	0	+	
x + 2		-	0	+		+	
$\frac{x-2}{x+2}$		+		-	0	+	

$$S =]-2;2]$$

2) $\frac{5-2x}{3x-1} \geq 0$ donne le tableau

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
5 - 2x		+		+	0	-	
3x - 1		-	0	+		+	
$\frac{5-2x}{3x-1}$		-		+	0	-	

$$S = \left] \frac{1}{3}; \frac{5}{2} \right]$$

3) $\frac{3x-1}{2-x} \geq 0$ donne le tableau suivant :

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
3x - 1		-	0	+		+	
2 - x		+		+	0	-	
$\frac{3x-1}{2-x}$		-	0	+		-	

$$S = \left[\frac{1}{3}; 2 \right[$$

4) $\frac{(x-8)(-2x+7)}{(x-5)} \geq 0$ donne le tableau suivant :

x	$-\infty$		$\frac{7}{2}$		5		8		$+\infty$
x - 8		-		-		-	0	+	
- 2x + 7		+	0	-		-		-	
x - 5		-		-	0	+		+	
$\frac{(x-8)(-2x+7)}{(x-5)}$		+	0	-		+	0	-	

$$S = \left] -\infty; \frac{7}{2} \right] \cup]5;8]$$

5) $\frac{(3x-5)(2x-7)}{(5-2x)} \leq 0$ donne le tableau suivant :

Corrigé exercices inéquations

x	$-\infty$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$		
$3x - 5$	-	0	+	+	+		
$2x - 7$	-	-	-	0	+		
$5 - 2x$	+	+	0	-	-		
$\frac{(3x-5)(2x-7)}{(5-2x)}$	+	0	-		+	0	-

$$S = \left[\frac{5}{3}; \frac{5}{2} \right[\cup \left[\frac{7}{2}; +\infty \right[$$

Exercice 2

1) $(x^2 - 4) > 2(x - 2) - x(x - 2)$ équivaut aux lignes suivantes :

$$(x - 2)(x + 2) - 2(x - 2) + x(x - 2) > 0$$

$$(x - 2)(x + 2 - 2 + x) > 0$$

$(x - 2)(2x) > 0$ qui donne le tableau suivant

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
2x	-	0	+	+	
x - 2	-	-	0	+	
$(x - 2)(2x)$	+	0	-	0	+

$$S =]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$$

2) $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 16} > 0$ équivaut à $\frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 4)^2} > 0$ qui donne le tableau :

x	$-\infty$	-3	3	4	$+\infty$		
x + 3	-	0	+	+	+		
x - 3	-	-	0	+	+		
$(x - 4)^2$	+	+	+	0	+		
$\frac{(x-3)(x+3)}{(x-4)^2}$	+	0	-	0	+		+

$$S =]-\infty; -3[\cup]3; 4[\cup]4; +\infty[$$

NB : un carré étant toujours positif ou nul, dans sa ligne il n'y a que des signes + mais il faut faire attention où cette expression s'annule surtout avec les valeurs interdites.

3) $4 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} \leq 1$ équivaut aux lignes suivantes :

$$\left(2 - \frac{1}{x}\right)^2 \leq 1$$

$$\left(2 - \frac{1}{x}\right)^2 - 1 \leq 0$$

$$\left(2 - \frac{1}{x} - 1\right)\left(2 - \frac{1}{x} + 1\right) \leq 0$$

Corrigé exercices inéquations

$$\left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(3 - \frac{1}{x}\right) \leq 0$$

$\frac{(x-1)(3x-1)}{x^2} \leq 0$ qui donne le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
x^2	+	0	+	+	+
$x-1$	-		-	0	+
$3x-1$	-		0	+	+
$\frac{(x-1)(3x-1)}{x^2}$	+		+	0	-
				0	+

$$S = \left[\frac{1}{3}; 1\right]$$

4) $\frac{3x^2 + 2x}{(x-1)^2} \geq 0$ équivaut à $\frac{x(3x+2)}{(x-1)^2} \geq 0$ qui donne le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	0	1	$+\infty$
x	-		-	0	+
$(x-1)^2$	+		+	+	0
$3x+2$	-	0	+	+	+
$\frac{x(3x+2)}{(x-1)^2}$	+	0	-	0	+
				+	
					+

$$S = \left] -\infty; -\frac{2}{3} \right] \cup [0; 1[\cup]1; +\infty[$$

5) $\frac{x-10}{9-x^2} \leq 0$ équivaut à $\frac{x-10}{(3-x)(3+x)} \leq 0$ qui donne le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-3	3	10	$+\infty$
$3-x$	+		+	0	-
$x-10$	-		-	-	0
$3+x$	-	0	+	+	+
$\frac{x-10}{(3-x)(3+x)}$	+		-		+
				0	-

$$S =]-3; 3[\cup [10; +\infty[$$