79 **1.** Vrai $x \geqslant 5$ signifie $x > 5$ ou $x = 5$.
2. Faux $-2x \leqslant -1 \Leftrightarrow x \geqslant \dfrac{1}{2}$.
3. Vrai si $a > 1$ alors $a^2 > a > 1$.
4. Faux, contre-exemple : si $a = -3$ alors $a^2 = 9$ donc $a^2 \geqslant 4$ mais $a < 2$.
5. Faux $-3x < 0 \Leftrightarrow x > 0$ (on peut utiliser comme contre-exemple $x = 10$).
6. Faux, contre-exemple : si $x = 1$ et $y = 0$ alors $x - y = 1$ et $1 > 0$.
7. Vrai $-4x + 5 < 0 \Leftrightarrow -4x < -5 \Leftrightarrow x > \dfrac{5}{4}$.

93 **1. a.** $A - \dfrac{1}{5} = \dfrac{2n^2+1}{n^2+5} - \dfrac{1}{5} = \dfrac{5(2n^2+1)-(n^2+5)}{5(n^2+5)}$

$$= \frac{9n^2}{5(n^2+5)}.$$

b. $\dfrac{9n^2}{5(n^2+5)} \geqslant 0$ donc $\dfrac{2n^2+1}{n^2+5} \geqslant \dfrac{1}{5}$ pour tout entier naturel n.

2. $\dfrac{2n^2+1}{n^2+5} - 2 = \dfrac{2n^2+1-2(n^2+5)}{n^2+5} = \dfrac{-9}{n^2+5}$. Pour tout entier naturel n, $\dfrac{-9}{n^2+5} < 0$ donc $\dfrac{2n^2+1}{n^2+5} < 2$.

94 **1.** Faux, contre-exemple : $x = 0$.
2. Vrai $x^2 + 1 \geqslant 1 \Leftrightarrow x^2 \geqslant 0$. Cette inégalité est vraie pour tout réel x.
3. Faux, contre-exemple $x = -2$.
4. Vrai $x^2 + 2 \geqslant 4x - 2 \Leftrightarrow (x-2)^2 \geqslant 0$. Cette inégalité est vraie pour tout réel x.
5. Faux, contre-exemple $x = 0$.
6. Vrai $-3x^2 - 7 < 0 \Leftrightarrow x^2 > \dfrac{7}{3}$. Cette inégalité est toujours vraie car un carré est toujours positif.