**Exercice 1 ( 10 points )**

*Soit f une fonction définie sur [-1;5] par* $f(x) = (2x-5)^2 - 16$

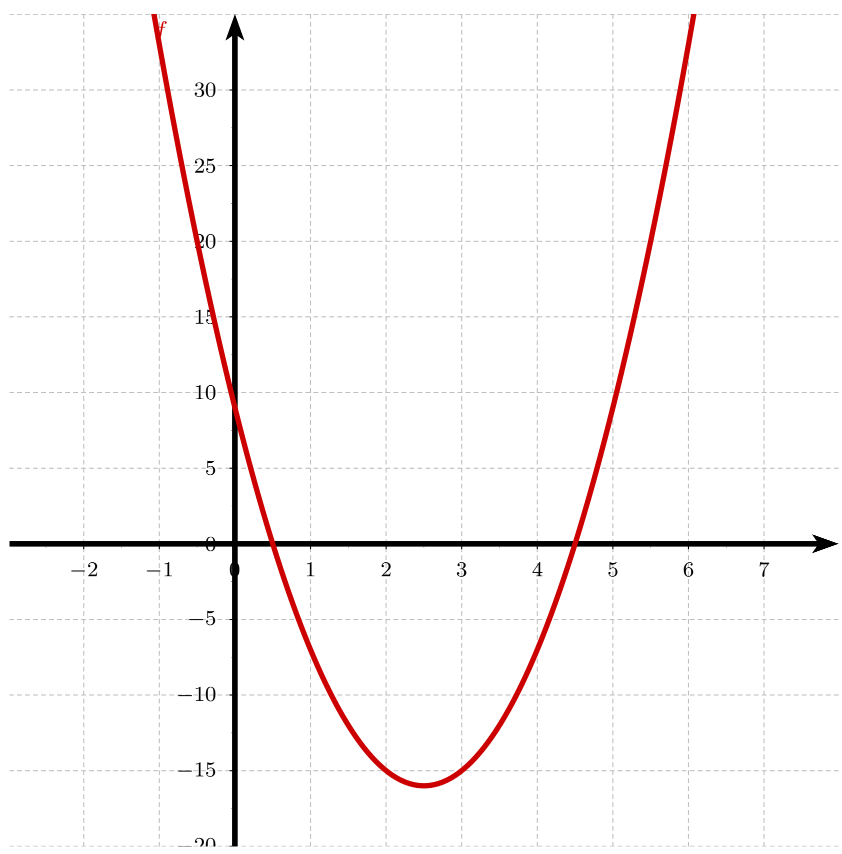
1. *Développer* $f(x) = 4x^2 - 20x + 9$
2. *Factoriser* $f(x) = (2x-9)(2x-1)$
3. *Résoudre* $f(x) \leq 0$

   *A l'aide d'un tableau de signes :* $x \in [\frac{1}{2}; \frac{9}{2}]$
4. *Résoudre* $f(x) - 9 \geq 0 \iff 4x^2 - 20x \geq 0 \iff 4x(x-5) \geq 0$

   *A l'aide d'un tableau de signes , on obtient :* $x \in ]-\infty; 0] \cup [5; +\infty[$
5. *Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :*

| x | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 33 | 20 | 9 | 0 | -7 | -12 | -15 | -16 | -15 | -12 | -7 | 0 | 9 |

6. *Tracer la courbe de f sur [-1;5]*




7. *Dresser le tableau de variations de f sur [-1;5]*

| $x$ | $-1$ | | $2.5$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $33$ | $\searrow$ | $-16$ | $\nearrow$ | $9$ |

8. *Déterminer les extrema éventuels de f sur [-1;5]*

   *f admet un maximum pour $x = -1$ qui est égal à 33 et un minimum pour $x = 2,5$ qui est égal à -16*

**Exercice 2 (5 points )**
*Soit une fonction f dont voici le tableau de variations :*

| $x$ | $-10$ | | $-5$ | | $3$ | | $7$ | | $10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-2$ | $\searrow$ | $-5$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $12$ |

*On sait de plus que $f(1) = 0$*

1. *Donner le domaine de définition de f*

   *f est définie sur [-10;10]*

2. *Comparer si c'est possible $f(-9)$ et $f(-6)$*

   $f(-9) > f(-6)$

3. *Comparer si c'est possible $f(-8)$ et $f(9)$*

   $f(-8) < 0$ *et* $f(9) > 0$ *donc* $f(9) > f(-8)$

4. *Comparer si c'est possible $f(0)$ et $f(4)$*

   $f(1) = 0$ *donc* $f(0) < 0$ *et* $f(4) > 0$ *donc* $f(4) > f(0)$

5. *Donner le signe de f sur [3;10]*

   $f(x) > 0$ *sur [3;10]*

6. *Donner le signe de f sur son ensemble de définition*

   $f(x) \leq 0$ *sur [-10;1] et* $f(x) \geq 0$ *sur [1;10]*

7. *Déterminer les extrema éventuels de f sur son ensemble de définition*

   *f admet un maximum pour $x = 10$ qui est égal à 12 et un minimum pour $x = -5$ qui est égal à -5*

8. *Tracer une courbe qui pourrait être celle de f*

**Exercice 3 (7 points)**
*Soit f la fonction définie par* $f(x) = \dfrac{3x-5}{2x+8}$

1. *Déterminer les valeurs interdites éventuelles de f*

   *La valeur interdite de f est -4*

2. *Résoudre :* $f(x) = 7 \iff \dfrac{3x-5}{2x+8} = 7 \iff 3x-5 = 14x+56 \iff 11x = -61 \iff x = -\dfrac{61}{11}$

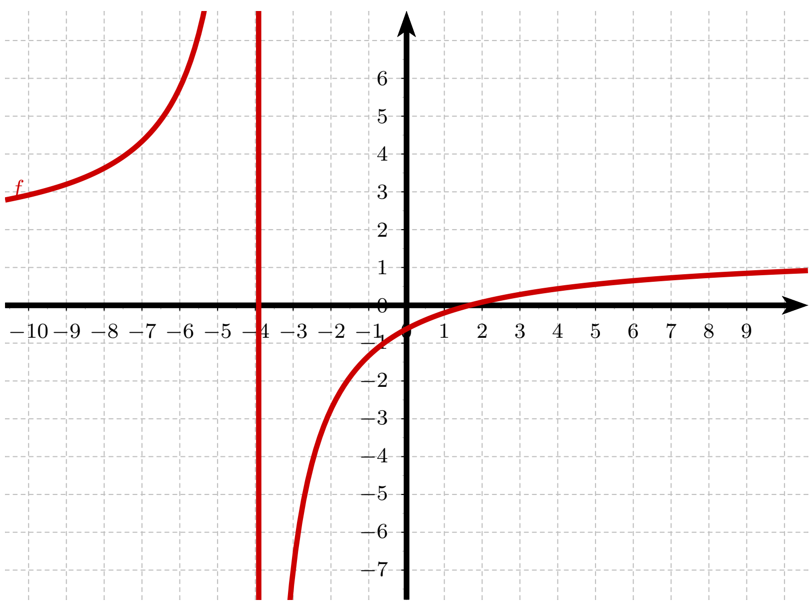
3. *Résoudre :* $f(x) \leq 0$

   *A l'aide d'un tableau de signes ,* $x \in ]-4; \dfrac{5}{3}]$

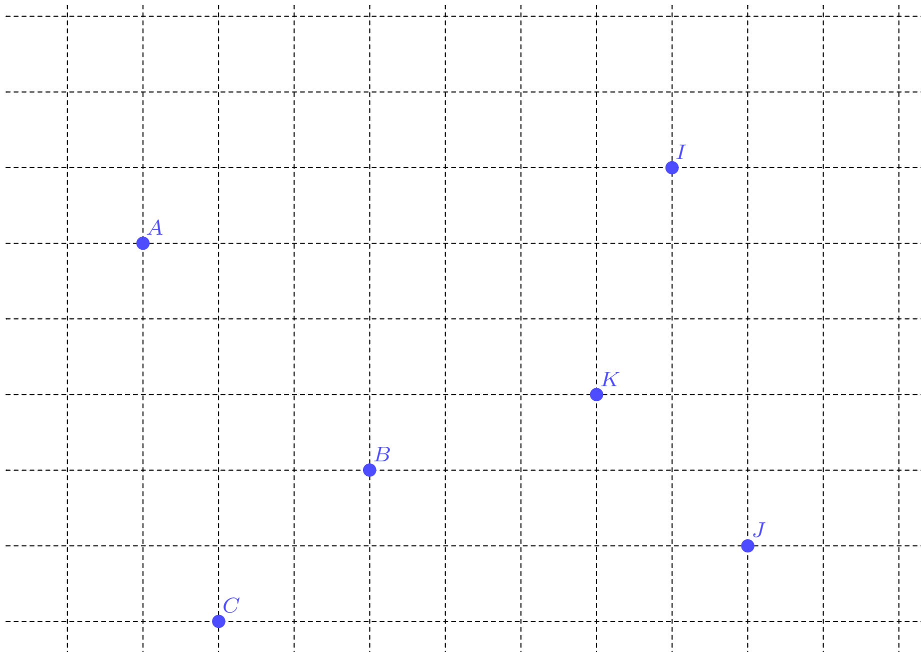
4. *Résoudre :* $f(x) \geq 5 \iff \dfrac{3x-5-5(2x+8)}{2x+8} \geq 0 \iff \dfrac{-7x-45}{2x+8} \geq 0$

   *A l'aide d'un tableau de signes :* $x \in [-\dfrac{45}{7}; -4[$

5. *Tracer la courbe de f sur [-10;10]*




**Exercice 4 (6 points )**
*On donne le graphique ci-dessous :*




1. Placer I tel que $\overrightarrow{BI} = -2\overrightarrow{BC}$
2. Placer J tel que $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AB}$
3. Placer K tel que $\overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{BC} + \dfrac{4}{3}\overrightarrow{AB}$
4. Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$
   $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CJ} = 3\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$
5. En déduire la nature du quadrilatère IJCA
   $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ par la relation de Chasles .
   Donc IJCA est un parallélogramme .

**Exercice 5 (5 points )**

*On place la somme de 5000 euros sur un compte avec un taux d'intérêt de 3% annuel . On décide de ne pas retirer les intérêts du compte et de laisser capitaliser le tout tant qu'on n'aura pas la somme de 6000 euros sur le compte .*

1. *Calculer la somme disponible sur le compte après un an .*

   $5000 \times 1,03 = 5150$ *euros*

2. *On donne l'algorithme suivant :*

```
def compte(X) :
        X=5000
        N=0
        while X < 6000:
                X=1.03*X
                N=N+1
        return N
```

   (a) *Recopier et compléter le tableau suivant en ajoutant autant de colonnes que nécessaire*

| X | 5000 | 5150 | 5304,5 | 5463,64 | 5627,54 | 5796,37 | 5970,26 | 6149,37 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Condition vérifiée | vraie | vraie | vraie | vraie | vraie | vraie | vraie | fausse |

   (b) *Quel est la sortie de cet algorithme ?*

   *7*

   (c) *Que signifie concrètement ce résultat ?*

   *Au bout de 7 ans , le compte aura plus de 6000 euros .*

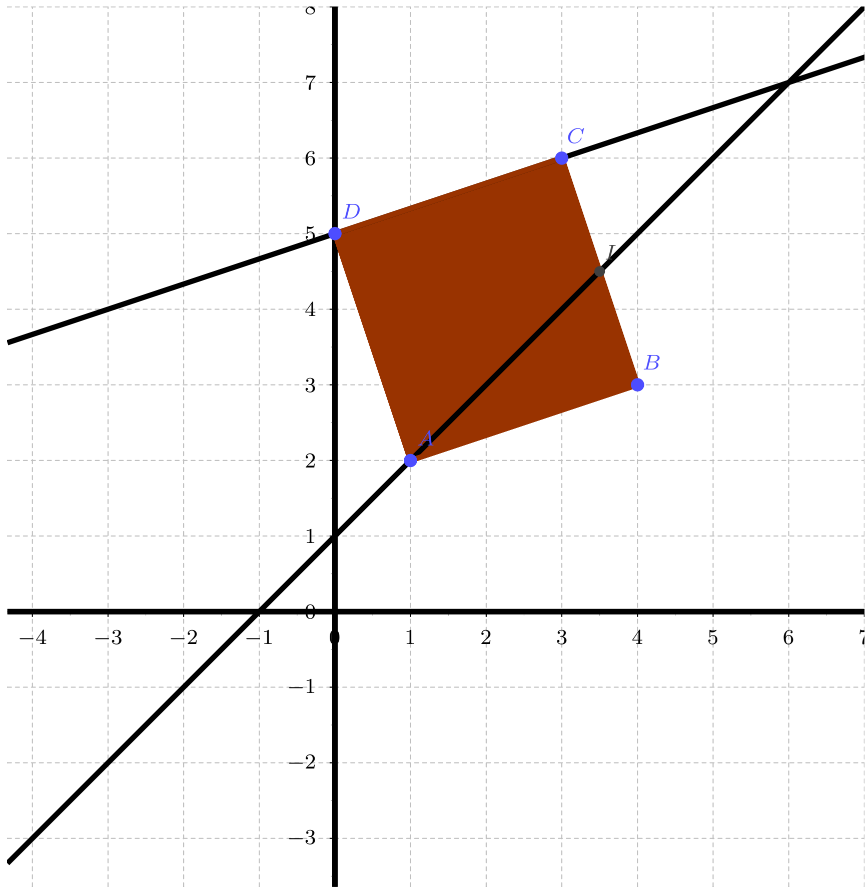
   (d) *Recopier l'algorithme précédent en le modifiant si on place 6000 euros à 5 % l'an et qu'on attend d'avoir 10 000 euros .*

```
def compte(X) :
        X=6000
        N=0
        while X < 10000:
                X=1.05*X
                N=N+1
        return N
```

**Exercice 6 (7 points )**

*Dans un repère orthonormé , on donne les points A(1;2) , B(4;3) , C(3;6) et I le milieu de [BC]*

1. *Faire une figure*




2. *Déterminer les coordonnées de D tel que ABCD soit un parallélogramme*

   *Soit D(x;y)*

   *ABCD parallélogramme si et seulement si* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

   $\overrightarrow{AB}(3;1)$

   $\overrightarrow{DC}(3-x;6-y)$

   *Donc D(0;5)*

3. *Conjecturer la nature de ABCD*

   *ABCD semble être un carré*

4. *Démontrer cette conjecture*

   $AB = \sqrt{10}$ $BC = \sqrt{(-1)^2+3^2} = \sqrt{10}$

   $AB = BC$ *donc le parallélogramme ABCD est un losange .*

   $AC = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $BD = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

   *Ses diagonales ont même longueur , ABCD est donc aussi rectangle . C'est donc bien un carré .*

5. *Déterminer une équation de (AI)*

   $I(\frac{7}{2};\frac{9}{2})$

   *Soit M(x;y) un point de (AI)*

   $\overrightarrow{AI}(\frac{5}{2};\frac{5}{2})$ *et* $\overrightarrow{AM}(x-1;y-2)$ *sont colinéaires donc :*

   $\frac{5}{2}(y-2)-\frac{5}{2}(x-1)=0$

   *Donc : (AI) :* $x-y+1=0$

6. *Déterminer une équation de (DC)*

   *Soit M(x;y) un point de (DC)*

   $\overrightarrow{DC}(3;1)$ *et* $\overrightarrow{CM}(x-3;y-6)$ *sont colinéaires donc :*

   $3(y-6)-(x-3)=0 \iff x-3y+15=0$

7. *Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (DC) et (AI)*

   *On résout le système et on obtient :* $y=7$ *et* $x=6$

   *Donc (6;7)*