

Exercice 1 (10 points)

Soit la fonction f définie sur $[-3; 2]$ par $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$

1. Calculer l'image de 10 par f . $f(10) = 10^3 + 10^2 - 6 \times 10 = 1040$

2. Montrer que $f(x) = x(x - 2)(x + 3)$

On a : $x(x - 2)(x + 3) = x(x^2 + x - 6) = x^3 + x^2 - 6x = f(x)$

3. Résoudre par le calcul $f(x) \geq 0$

On va utiliser un tableau de signes :

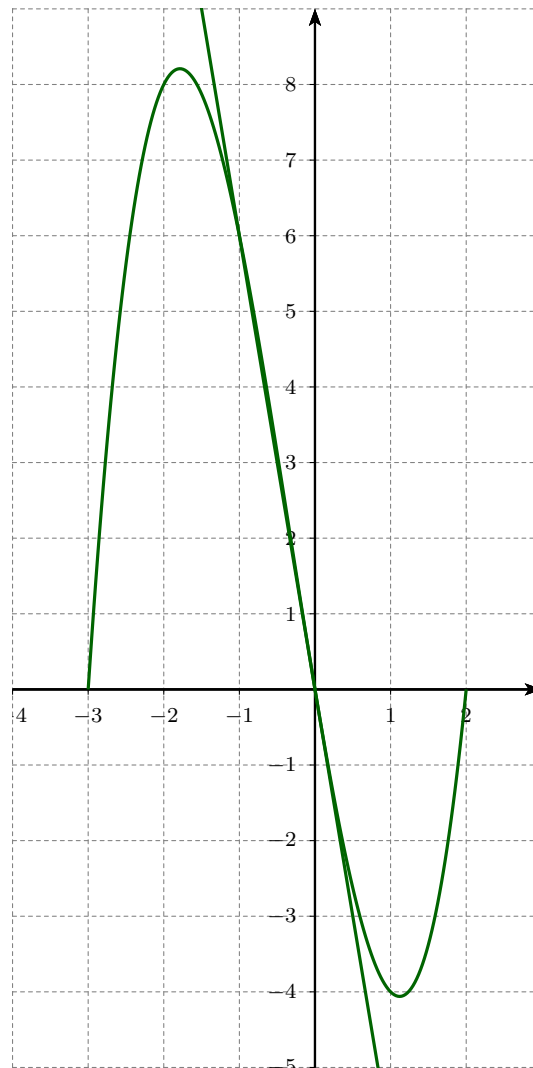
x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x - 2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x + 3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Donc $S = [-3; 0] \cup [2; +\infty[$

4. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3	-2,5	-2	-1,75	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	0	5,6	8	8,2	7,9	6	3	0	-2,6	-4	-3,4	0

5. Tracer la courbe de f sur $[-3; 2]$



6. Dresser le tableau de variations de f sur $[-3; 2]$

x	-3	-1,75	1	2
$f(x)$	0	8,2	-4	0

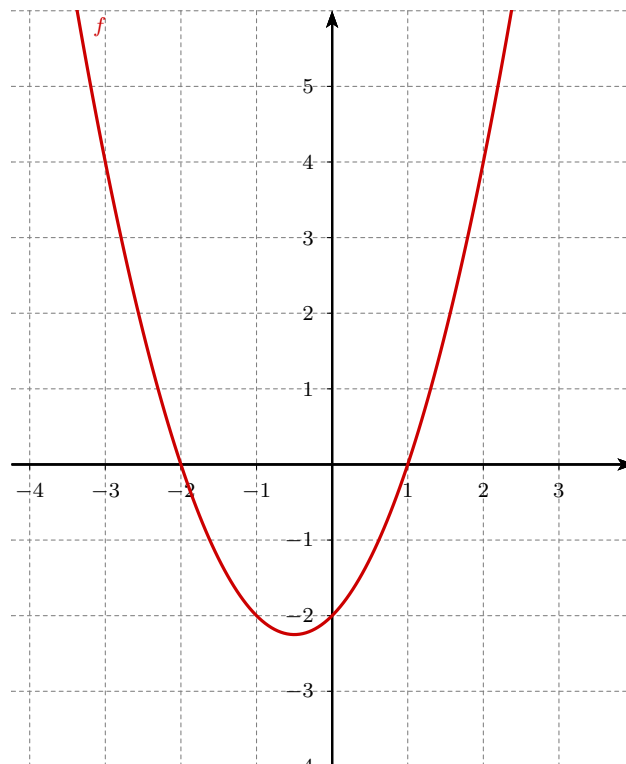
7. Tracer la droite d'équation $y = -6x$

8. Résoudre par le calcul $f(x) = -6x$

$$f(x) = -6x \iff x^3 + x^2 = 0 \iff x^2(x + 1) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x = -1$$

Exercice 2 (5 points)

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f :

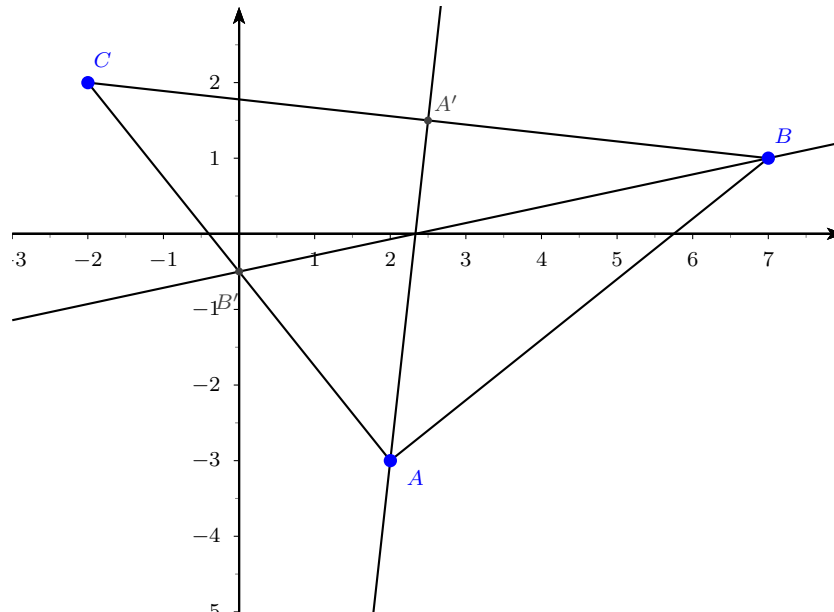


1. Déterminer graphiquement l'image de 0 ; l'image de 0 est -2
2. Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 2 . Les antécédents de 2 sont -2,5 et 1,5
3. Déterminer graphiquement $f(-1)$. $f(-1) = -2$
4. Résoudre graphiquement $f(x) = 4$. Les solutions sont -3 et 2 .
5. Résoudre graphiquement $f(x) \leq 0$. $S = [-2; 1]$

Exercice 3 (5 points)

Dans un repère orthonormé (O, I, J) on donne les points $A(2; -3)$, $B(7; 1)$ et $C(-2; 2)$

1. Etablir une conjecture sur la nature du triangle ABC .



Pour cela , on fait une figure . Il semble que le triangle soit isocèle rectangle en A .

2. Démontrer par le calcul cette conjecture

Calculons les longueurs des côtés du triangle :

$$AB = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} ; AC = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41} ; BC = \sqrt{81 + 1} = \sqrt{82}$$

On a $AB = AC$ c'est à dire ABC isocèle en A et $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc par la réciproque de Pythagore , ABC est rectangle en A .

3. Déterminer par le calcul les coordonnées du centre de gravité de ABC .

Le centre de gravité est le point d'intersection des médianes . Notons A' le milieu de [BC] et B' le milieu de [AC] . On a $A'(\frac{5}{2}; \frac{3}{2})$ et $B'(0; -\frac{1}{2})$.

Déterminons maintenant les équations de (AA') et (BB') deux médianes de ABC :

Pour (AA') : une équation est de la forme $y = mx + p$ avec $m = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2} - 2} = 9$. Et A est sur (AA') donc : $-3 = 9 \times 2 + p$ donc $p = -21$. Donc une équation de (AA') est : $y = 9x - 21$

Pour (BB') : une équation est de la forme $y = mx + p$ avec $m = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2} - 2} = -\frac{3}{7}$. Et B' est sur (BB') donc : $-\frac{1}{2} = p$ donc $p = -\frac{1}{2}$. Donc une équation de (BB') est : $y = -\frac{3}{7}x - \frac{1}{2}$

Cherchons maintenant le point d'intersection de (AA') et (BB') . On doit résoudre :

$$\frac{3}{14}x - \frac{1}{2} = 9x - 21 \iff \frac{123}{14}x = \frac{41}{2} \iff x = \frac{7}{3} \text{ et donc } y = 0$$