Devoir maison

1 Enoncé pour les loups

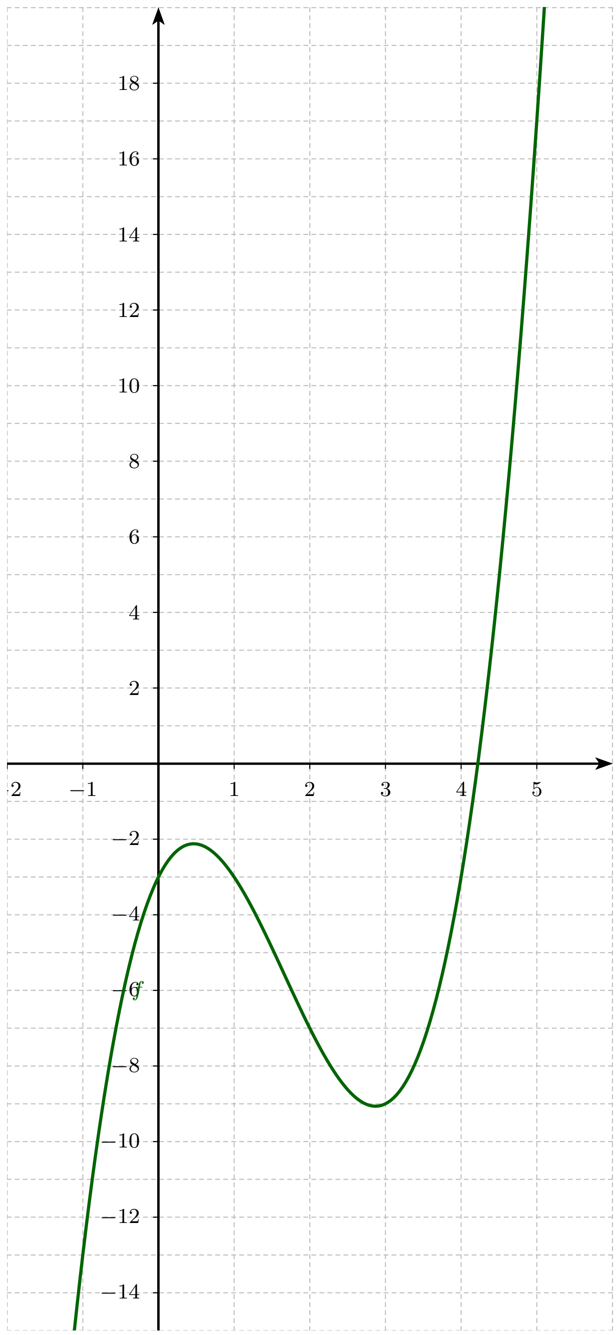
Exercice 1

On donne la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 3$

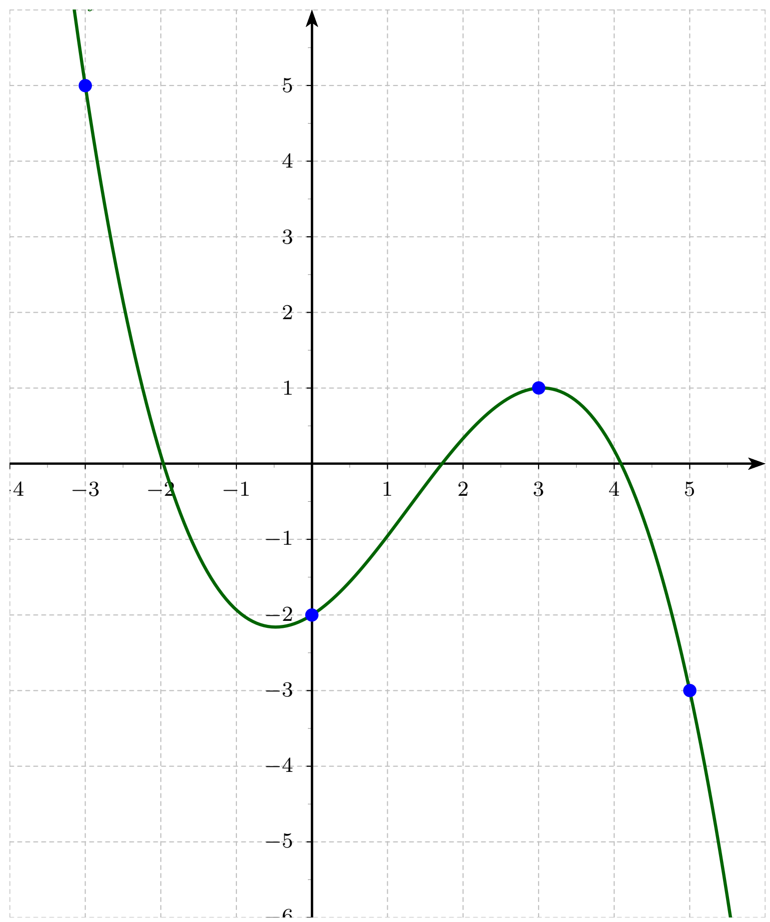
1. *Compléter le tableau de valeurs suivant :*

x	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	-13	-6,4	-3	-2,1	-3	-4,9	-7	-8,7	-9	-7,4	-3	4,9	17

2. *Tracer la courbe de f sur [-1;5]*



Exercice 2
On donne la représentation graphique de la fonction f :



1. *Dresser le tableau de variations de f*

x	-3		$-0,5$		3		5
$f(x)$	5	$\searrow$	$-2,1$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3

2. *Résoudre graphiquement* $f(x) = 1$ *.Les solutions sont* $x = -2,2$ *et* $x = 3$

3. *Résoudre graphiquement* $f(x) < 0$ *. Les solutions sont :* $S =]-2;1,7[\cup]4,1;6[$

2 Enoncé pour les lions

Exercice 1
Soit ABCD un carré de côté 5 cm . On place M sur [AB] , N sur [BC], P sur [CD] et Q sur [AD] tels que $AM = NC = PC = AQ$ *. On note* $AM = x$*.*

1. *A quel intervalle appartient x?* $x \in [0;5]$

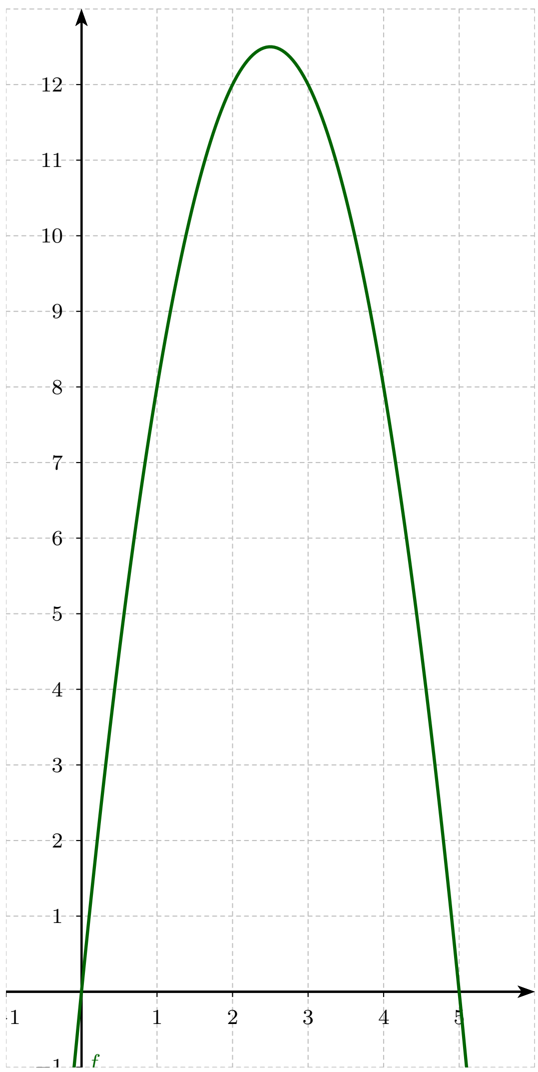
2. *Exprimer l'aire de AMQ et BMN en fonction de x . L'aire de AMQ est* $\dfrac{x^2}{2}$ *et celle de BMN est* $\dfrac{(5-x)^2}{2}$

3. *En déduire l'aire de MNPQ en fonction de x . On note f la fonction représentant l'aire de MNPQ . On a* $f(x) = 25 - 2 \times \dfrac{x^2}{2} - 2 \times \dfrac{(5-x)^2}{2} = 25 - x^2 - (5-x)^2 = 25 - x^2 - 25 + 10x - x^2 = -2x^2 + 10x$

4. *Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :*

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	0	4,5	8	10,5	12	12,5	12	10,5	8	4,5	0

5. *Construire la courbe de f sur [0;5]*



6. *Dresser le tableau de variations de f sur [0;5]*

x	0	$2,5$	5
$f(x)$	0 ↗	$12,5$	↘ 0

7. *Montrer que* $f(x)=\dfrac{25}{2}-2(x-\dfrac{5}{2})^2$. *On a :* $\dfrac{25}{2}-2\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{25}{2}-2\left(x^2-5x+\dfrac{25}{4}\right)=\dfrac{25}{2}-2x^2+10x-\dfrac{25}{2}=-2x^2+10x=f(x)$

8. *En déduire que* $f(x)\leq\dfrac{25}{2}$. *On sait que* $\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2\geq 0$ *donc* $-2\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2\leq 0 \iff \dfrac{25}{2}-2\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2\leq\dfrac{25}{2}$.

9. *Que vient-on de démontrer ? On a montré que f admet un maximum pour* $x=\dfrac{5}{2}$ *qui vaut* $\dfrac{25}{2}$

Exercice 2
Soit la fonction f définie par : $f(x)=x-8+\dfrac{4}{x-3}$. *Conjecturer un minimum pour f sur* $]3;+\infty[$ *puis démontrer la conjecture .*

Avec un tableau de valeurs à la calculatrice, on peut conjecturer que le minimum est atteint en $x=5$ *et qu'il vaut -1 .*

$f(5)=5-8+\dfrac{4}{5-3}=-1$. *Etudions maintenant le signe de* $f(x)-f(5)=x-8+\dfrac{4}{x-3}+1=x-7+\dfrac{4}{x-3}=\dfrac{(x-7)(x-3)+4}{x-3}=\dfrac{x^2-10x+25}{x-3}=\dfrac{(x-5)^2}{x-3}\geq 0$ *sur* $]3;+\infty[$. *Donc* $f(x)\geq f(5)$ *et donc f admet un minimum en 5 .*