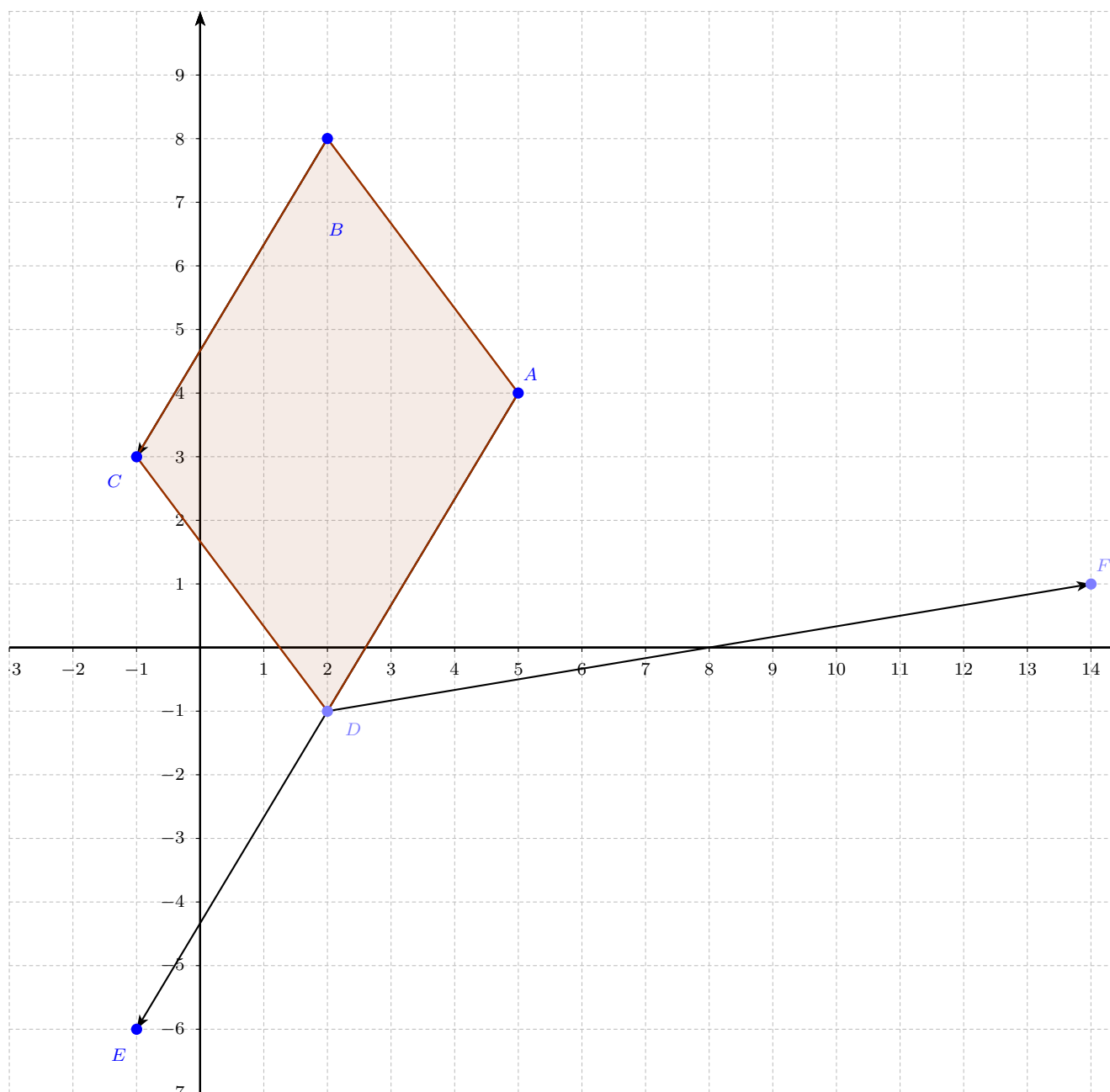


1 Enoncé pour les loups

Exercice 1

Dans un repère orthonormé , on donne les points $A(5;4)$, $B(2;8)$ et $C(-1;3)$.

1. Faire une figure à compléter au fur et à mesure de l'exercice .



2. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ On a $\overrightarrow{AB}(-3; 4)$
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$ $(-3; -5)$

4. Déterminer les coordonnées de E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BC}$. Notons $E(x;y)$. On a alors :

$$\begin{cases} x - 5 = -6 \\ y - 4 = -10 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -1 \\ y = -6 \end{cases} \text{ donc } E(-1;-6)$$

5. Déterminer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. On doit

avoir $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc en notant $D(x;y)$ on doit résoudre : $\begin{cases} -3 = -1 - x \\ +4 = 3 - y \end{cases} \iff$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ donc } D(2;1)$$

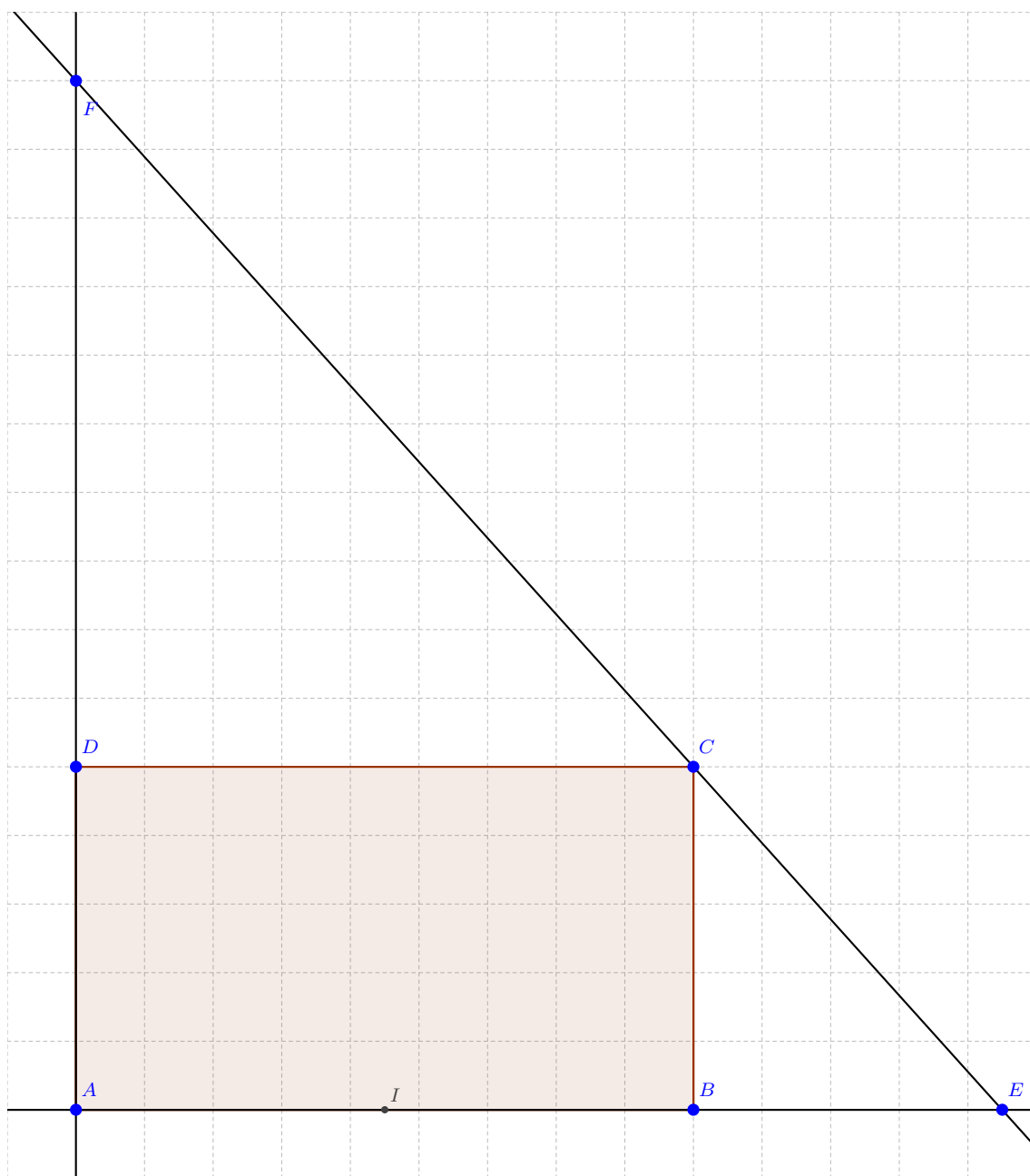
6. Déterminer les coordonnées de F tel que $\overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{AE} + 2\overrightarrow{CD}$. Notons $F(x;y)$. On a :

$$\begin{cases} x - 2 = -(-1 - 5) + 2(2 + 1) \\ y + 1 = -(-6 - 4) + 2(-1 - 3) \end{cases} \iff \begin{cases} x = 14 \\ y = 1 \end{cases} \text{ donc } F(14;1).$$

Exercice 2

$ABCD$ est un rectangle. I est le milieu de $[AB]$ et E est la symétrique de I par rapport à B .

1. Placer le point F tel que $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$



2. On va travailler dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$

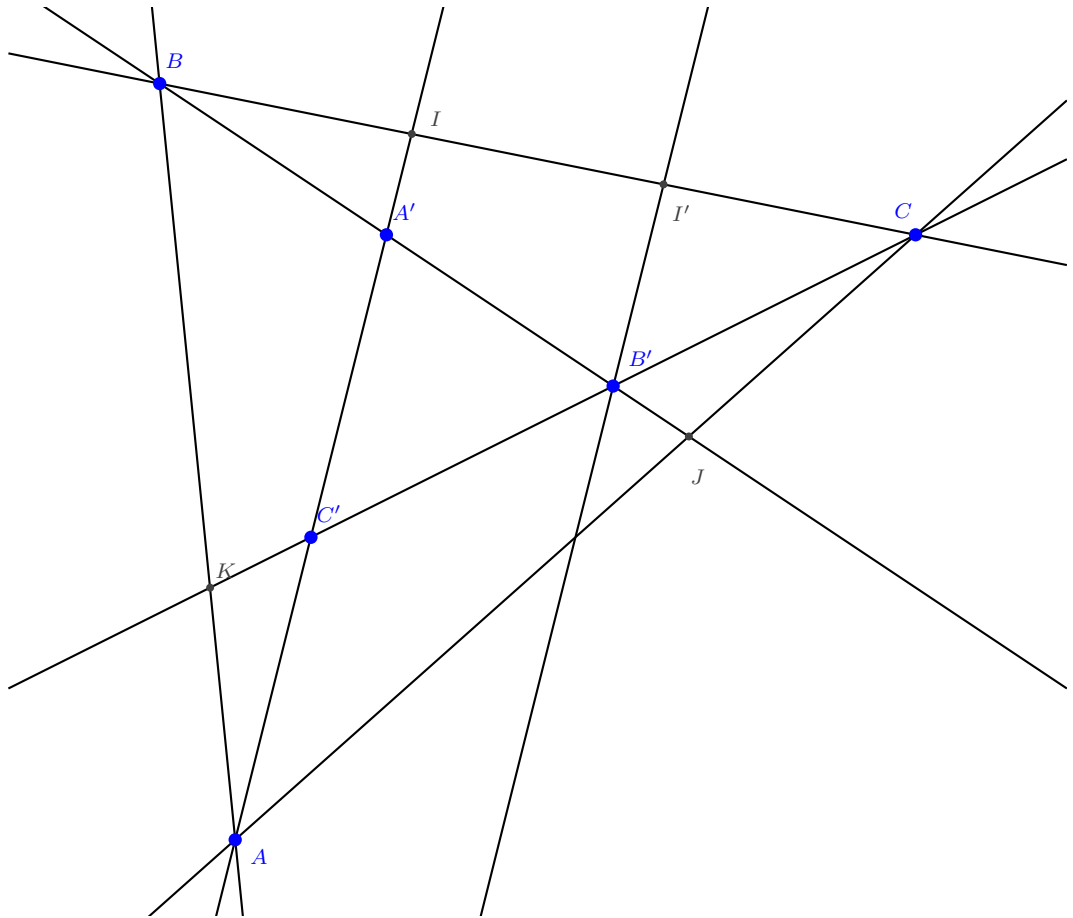
- (a) Déterminer les coordonnées de tous les points dans ce repère . On a $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;1)$, $D(0;1)$, $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ et $F(0;3)$
- (b) Quelle conjecture peut-on faire sur les points C , E et F ? Ils semblent alignés .
- (c) Démontrer la conjecture . $\overrightarrow{CE} \left(\frac{1}{2}; -1\right)$ et $\overrightarrow{CF}(-1; 2)$ donc $\overrightarrow{CF} = -2\overrightarrow{CE}$. Les points C , E et F sont donc bien alignés puisque les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont colinéaires .

2 Enoncé pour les lions

$A'B'C'$ est un triangle . A est le symétrique de A' par rapport à C' , B celui de B' par rapport à A' et C celui de C' par rapport à B' . La droite (AA') coupe (BC) en I , (BB') coupe (AC) en J et (CC') coupe (AB) en K .

1. La parallèle à $(A'C')$ passant par B' coupe (BC) en I' .

(a) Faire une figure



- (b) Montrer que $\vec{BI} = \vec{II'} = \vec{I'C}$.

Dans $BB'I'$, en utilisant Thalès , on obtient : $\frac{BA'}{BB'} = \frac{BI}{BI'} \iff \frac{1}{2} = \frac{BI}{BI'} \iff \vec{BI'} = 2\vec{BI}$. Donc I est le milieu de $[BI']$ et donc $\vec{BI} = \vec{II'}$

Dans CIC' , par Thalès on obtient de même $\vec{CI} = 2\vec{CI'}$ donc I' est le milieu de $[CI]$ et donc $\vec{II'} = \vec{I'C}$.

- (c) En déduire que $\vec{BI} = \frac{1}{3}\vec{BC}$

$$\text{On a : } \vec{BI} + \vec{II'} + \vec{I'C} = \vec{BC} \iff 3\vec{BI} = \vec{BC} \iff \vec{BI} = \frac{1}{3}\vec{BC}$$

On admet que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

2. On travaille dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

(a) Déterminer les coordonnées de A , B et C . A(0;0) , B(1;0) et C(0;1) .

(b) Déterminer les coordonnées de I , J et K . Par les relations vectorielles précédentes

, on a en notant I(x;y) :
$$\begin{cases} x - 1 = \frac{1}{3}(-1) \\ y = \frac{1}{3} \times 1 \end{cases} \iff I\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$$
 . On obtient de même

$K\left(\frac{1}{3}; 0\right)$ et $J\left(0; \frac{2}{3}\right)$

3. On note C'(x;y) .

(a) En utilisant le fait que A , I et C' sont alignés , prouver : $x - 2y = 0$. Les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AC'}$ sont colinéaires donc $\frac{2}{3}y - \frac{1}{3}x = 0 \iff 2y - x = 0$

(b) En utilisant le fait que C , C' et K sont alignés , prouver : $3x + y = 1$. De même $\overrightarrow{CC'}(x; y - 1)$ et $\overrightarrow{CK}\left(\frac{1}{3}; -1\right)$ sont colinéaires . Donc $-x - \frac{1}{3}(y - 1) = 0 \iff -3x - y + 1 = 0$

(c) En déduire les coordonnées de C' . On doit résoudre le système :
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

$\iff \begin{cases} 7x = 2 \\ 5y = 1 \end{cases}$ donc $C'\left(\frac{2}{7}; \frac{1}{5}\right)$

4. En utilisant une méthode similaire , déterminer les coordonnées de A' et B' . A' $\left(\frac{4}{7}; \frac{2}{7}\right)$

et B' $\left(\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$