Corrigé DS n° 8

Exercice 1 ***6 points***

1) La courbe de f est la parabole *0,5 point*
2) S = $]-\infty ; 0[\cup]1 ; +\infty[$ *0,5 point*
3) Les solutions sont x = - 1 ou x = 1 *0,5 point*
4) *1 point* On a : $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ $et\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}$. De plus , a = - 1 < 0 donc la courbe est croissante puis décroissante :

x	-4		1/2		4
f(x)	-19	↗	5/4	↘	-11

5) *1 point* On a :

$$g(x) - f(x) = \frac{1}{x} - (-x^2 + x + 1) = \frac{1}{x} + x^2 - x - 1 = \frac{1 + x^3 - x^2 - x}{x}$$

Et

$$(x-1)^2(x+1) = (x^2 - 2x + 1)(x+1) = x^3 - 2x^2 + x + x^2 - 2x + 1 = x^3 - x^2 - x + 1$$

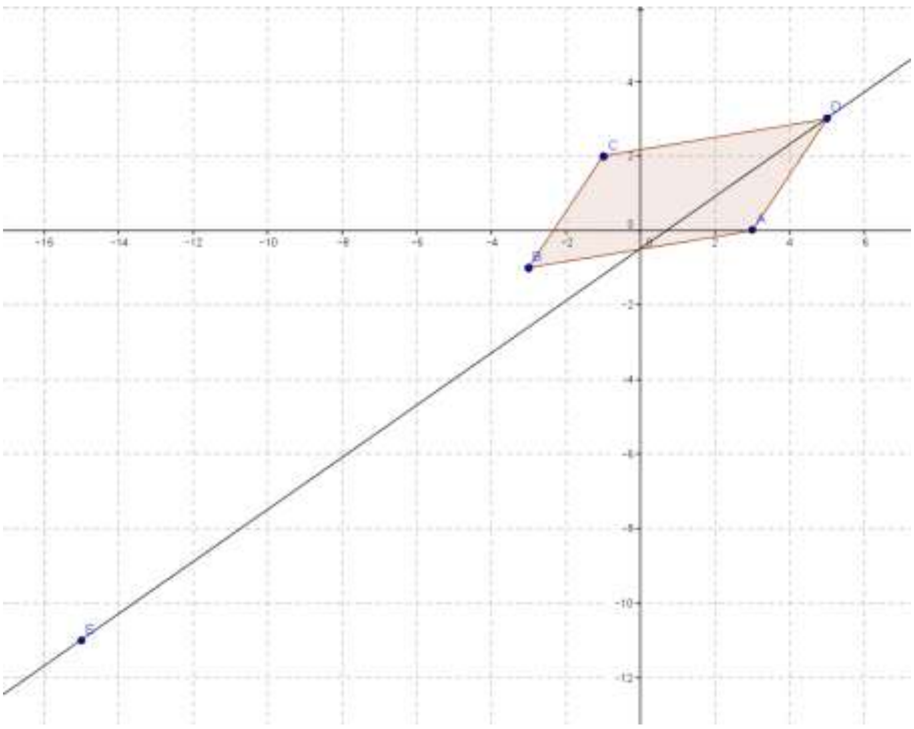
6) *1 point* On doit résoudre f(x) = g(x) c'est-à-dire g(x) – f(x) = 0 d'où $(x-1)^2(x+1)$ = donc x = 1 ou x = -1 . On a donc les points d'intersection des deux courbes : A(-1 ;-1) et B(1 ;1)
7) *1 point* On doit résoudre : g(x) – f(x) > 0 . On fait un tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		-		-	0	+	
$(x-1)^2$		+		+		+	
x + 1		-	0	+		+	
g(x) – f(x)		+	0	-	//	+	

S = $]-\infty ; -1[\cup]0 ; +\infty[$

Graphiquement , la courbe de g est au-dessus de la courbe de f sur $]-\infty ; -1[\cup]0 ; +\infty[$ *0,5 point*

Exercice 2 ***5 points***



1) Figure *1 point*
2) ABCD parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc

– 6 = - 1 – x donc x = 5 et

-1 = 2 – y donc y = 3 donc D(5 ;3) *1,5 points*

3) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{BD}$ donc on a :

x – 3 = - 2 – 2 (8) donc x = - 15 et

y = - 3 – 2 (4) = - 11 donc

E(- 15 ; - 11) *1,5 points*

Corrigé DS n° 8

4) $\overrightarrow{BE}(-12;-10)\ et\ \overrightarrow{BD}(8;4) on\ a:\ -12\times 4-8\times(-10)=32\neq 0$ donc B , E et D non alignés .
1 point

Exercice 3 ***4 points***

1) I , B et C sont alignés si $\overrightarrow{IB}(21;5-y) et\ \overrightarrow{BC}(7;2)$ sont colinéaires donc si 42 – 7(5 – y) = 0 donc si y = -1 . *1,5 points*
2) (BD) et (CJ) sont parallèles si $\overrightarrow{BD}(5;-2) et\ \overrightarrow{AJ}(4m+\frac{7}{2};m-1)$ sont colinéaires donc si :

5(m – 1) + 2 (4m +7/2) = 0 donc 13m + 2 = 0 et m = - 2/13 . *2,5 points*

Exercice 4 ***5 points***

1) On a : x(x + 1) = 2x + 2(x +1) donc x^2 - 3x – 2 = 0 *1 point*
2) On a : *1 point pour la forme canonique + 1 point factorisation*

$$x^2-3x-2=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}-2=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{17}{4}=\left(x-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2}\right)$$

Les solutions sont donc : *1 point*

$$x=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2}\ \ ou\ \ x=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2}$$

Mais x > 0 donc la seule solution est : *1 point*

$$x=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2}$$