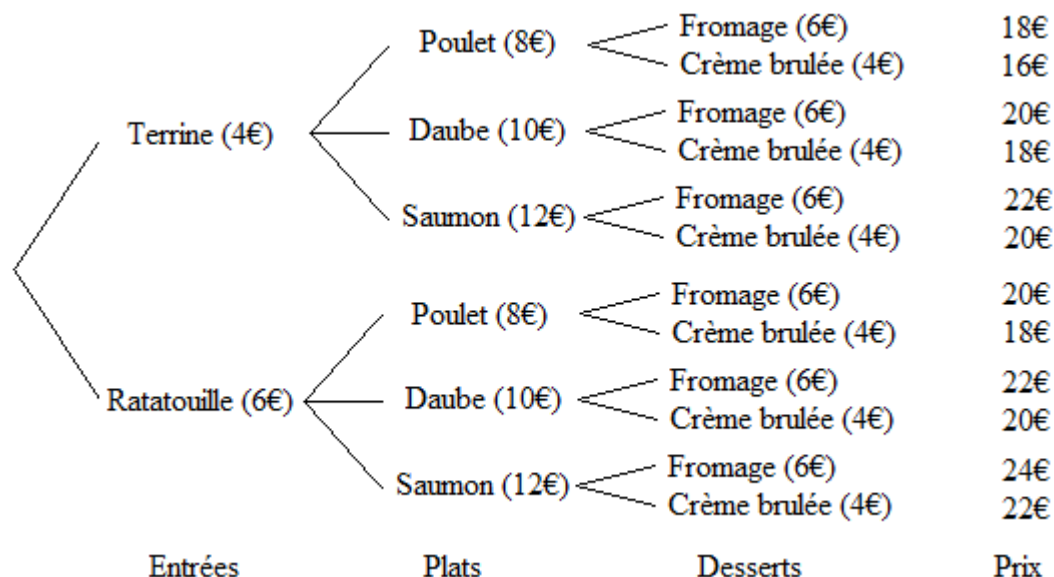


Corrigé du devoir commun du 27 mai 2015

Ex 1 : A 1a) Arbre : (1,5 pt)



b) Il y a $2 \times 3 \times 2 = 12$ menus possibles. (0,5 pt)

2) $P(F) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; $P(T \cap C) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; $P(P \cup D) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. (2 pts)

3a) Les prix possibles sont 16€ ; 18€ ; 20€ ; 22€ et 24€. (0,5 pt)

b) $P(16€) = \frac{1}{12}$; $P(18€) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; $P(20€) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$; $P(22€) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ et $P(24€) = \frac{1}{12}$. (1 pt)

B 1) L'effectif total est $N = 10 + 18 + 12 + 10 + 6 = 56$. La fréquence de 22€ est $\frac{10}{56} \approx 0,18$. (1 pt)

2a) Tableau : (0,5 pt)

Addition (en euros)	16	18	20	22	24
Nombre de clients	10	18	12	10	6
Effectifs cumulés croissants	10	28	40	50	56

$N = 56$ est pair, la médiane est au milieu entre la $\frac{56}{2} = 28^{\text{ème}}$ valeur et la $\frac{56}{2} + 1 = 29^{\text{ème}}$ valeur c'est-à-dire entre 18€ et 20€ : **Med = 19€**. (1 pt)

Le 1^{er} quartile est la $\frac{56}{4} = 14^{\text{ème}}$ valeur : **Q₁ = 18€** et le 3^{ème} quartile est la $\frac{3 \times 56}{4} = 42^{\text{ème}}$ valeur : **Q₃ = 22€**. (1 pt)

b) Oui car le 3^{ème} quartile est égal à 22€ dont au moins 75% des clients, c'est-à-dire 3 clients sur 4, ont payé une addition inférieure ou égale à 22€. (0,5 pt)

3) La moyenne est **19,43€**. (1 pt)

Ex 2 : A1) $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}$. (0,5 pt)

2a) Comme le point M appartient à la droite d , $y_M = 2x_M + 3 = 2x + 3$. (1 pt)

b) $AM^2 = (x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 = (x - 1)^2 + (2x + 3 - 1)^2 = (x - 1)^2 + (2x + 2)^2$
 $= x^2 - 2x + 1 + 4x^2 + 8x + 4 = 5x^2 + 6x + 5$. (2 pt)

B 1) $5(x + 0,6)^2 + 3,2 = 5(x^2 + 1,2x + 0,36) + 3,2 = 5x^2 + 6x + 1,8 + 3,2 = 5x^2 + 6x + 5 = f(x)$.

On a bien $f(x) = 5(x + 0,6)^2 + 3,2$ qui est la forme canonique du polynôme f . (1 pt)

2) $a = 5$ est positif donc la parabole est orientée avec son sommet en bas. L'abscisse du sommet est $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \times 5} = -0,6$ et l'ordonnée du sommet est $y_S = f(-0,6) = 5(-0,6)^2 + 6 \times (-0,6) + 5 = 3,2$. (On pouvait lire ces valeurs sur la forme canonique). On a donc **$x_0 = -0,6$** .

x	$-\infty$	$-0,6$	$+\infty$
f(x)		3,2	

(2 pts)

3) D'après le tableau précédent AM^2 est minimale quand l'abscisse du point M est $x = -0,6$. Son ordonnée est alors $y_M = 2 \times (-0,6) + 3 = 1,8$. Les coordonnées du point M_0 sont bien **$(-0,6 ; 1,8)$** . (1 pt)

C 1) Pour $x = 0$, $y = 2x + 3 = 2 \times 0 + 3 = 3$. Donc $B(0 ; 3)$ appartient à la droite d . (0,5 pt)

2a) Il semble, d'après la figure, que le triangle ABM_0 est rectangle en M_0 .

$$AB = \sqrt{(0 - 1)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ donc } AB = \sqrt{5} ;$$

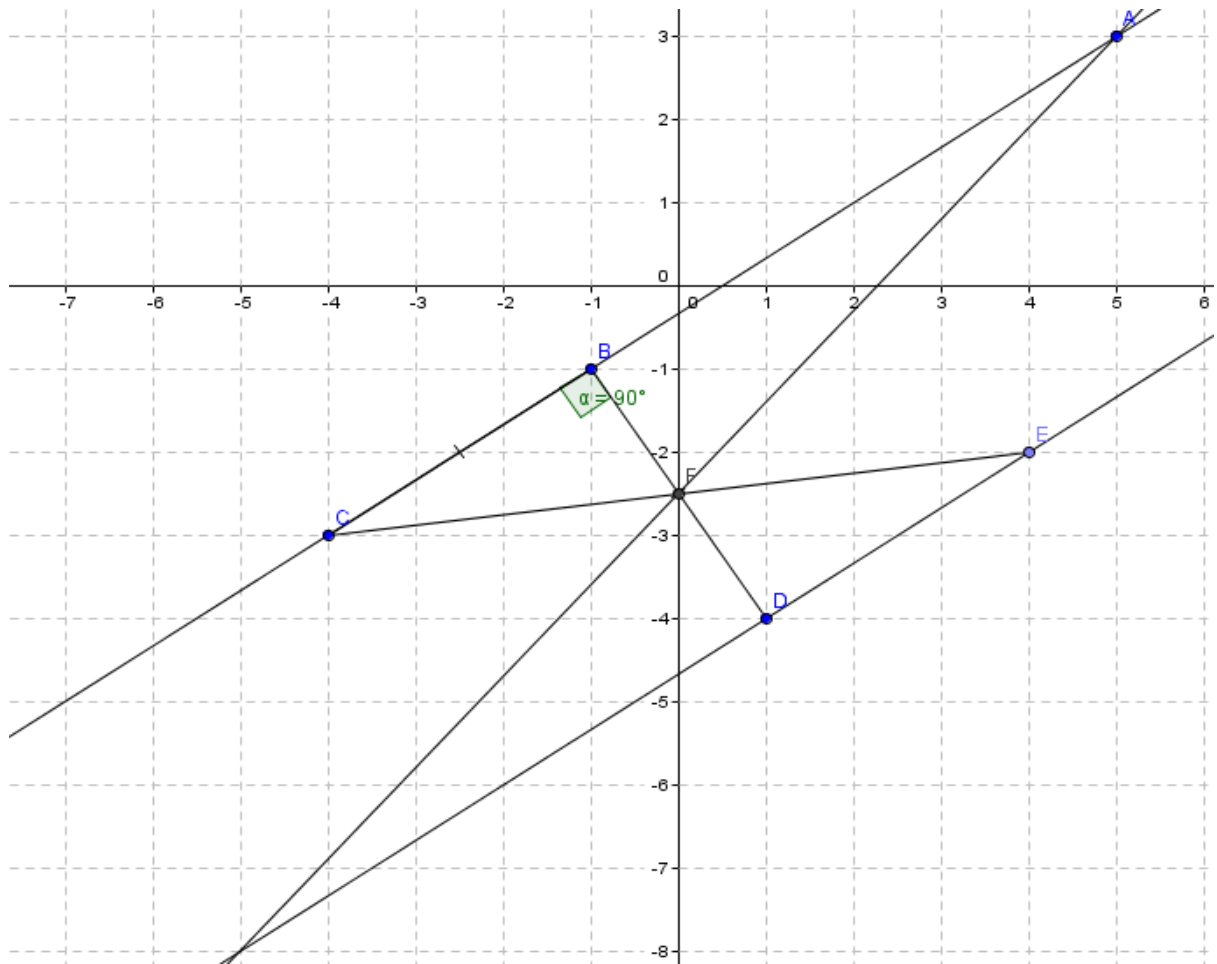
$$AM_0 = \sqrt{(-0,6 - 1)^2 + (1,8 - 1)^2} = \sqrt{(-1,6)^2 + 0,8^2} = \sqrt{2,56 + 0,64} = \sqrt{3,2} \text{ donc } AM_0^2 = 3,2 \text{ et}$$

$$BM_0 = \sqrt{(-0,6 - 0)^2 + (1,8 - 3)^2} = \sqrt{(-0,6)^2 + (-1,2)^2} = \sqrt{0,36 + 1,44} = \sqrt{1,8} \text{ donc } BM_0^2 = 1,8.$$

Ainsi $AM_0^2 + BM_0^2 = 3,2 + 1,8 = 5$ et donc $AM_0^2 + BM_0^2 = AB^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle **ABM_0 est bien rectangle en M_0** . (1,5 pts)

b) On en déduit que les droites (AM_0) et d sont **perpendiculaires**. (0,5 pt)

Ex 3 : 1) (0,5 + 0,5 pt)



2) On a $\overrightarrow{AB}(-6; -4)$ et $\overrightarrow{AC}(-9; -6)$. Or $(-9) \times (-4) - (-6) \times (-6) = 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et comme ils ont le point C en commun alors on en déduit que les trois points **A, B et C sont alignés**. (2 pt)

3) Coefficient directeur de (AB) : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - 3}{-1 - 5} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$. On a donc (AB) : $y = \frac{2}{3}x + b$.

Or $A(5; 3)$ appartient à cette droite donc $3 = \frac{2}{3} \times 5 + b$ d'où $b = 3 - \frac{10}{3} = -\frac{1}{3}$.

Conclusion : **(AB) : $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$** . (1,5 pt)

4) Comme (d) est parallèle à (AB) alors elles ont même coefficient directeur (d) : $y = \frac{2}{3}x + b$.

De plus $D(1; -4)$ appartient à cette droite donc $-4 = \frac{2}{3} \times 1 + b$ d'où $b = -4 - \frac{2}{3} = -\frac{14}{3}$.

Conclusion : **(d) : $y = \frac{2}{3}x - \frac{14}{3}$** . (1 pt)

5) Soit $E(x; y)$, si BCDE est un parallélogramme alors $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{ED}$ soit $(-3; -2) = (1 - x; -4 - y)$.

Ainsi $x = 1 + 3 = 4$ et $y = -4 + 2 = -2$. Conclusion : **$E(4; -2)$** . (1,5 pt)

6) [CE] et [BD] sont les diagonales du parallélogramme BCDE : ces segments se coupent donc en leur milieu. F étant notamment le milieu de [CE] on a ainsi : $F(\frac{x_C+x_E}{2}; \frac{y_C+y_E}{2})$ soit $F(\frac{(-4)+4}{2}; \frac{(-3)+(-2)}{2})$.

Conclusion : **$F(0; -2,5)$** . (1 pt)

7) On a (d): $y = \frac{2}{3}x - \frac{14}{3}$.

Equation de la droite (AF) :

Comme (AF) passe par $F(0; -2,5)$ alors (AF): $y = ax - 2,5$.

Comme (AF) passe aussi par $A(5; 3)$ alors : $3 = a \times 5 - 2,5$ d'où $a = \frac{3+2,5}{5} = 1,1$.

On a donc (AF): $y = 1,1x - 2,5$.

Recherche des coordonnées du point d'intersection des droites (AF) et (d) :

On résout $\frac{2}{3}x - \frac{14}{3} = 1,1x - 2,5$ soit $-\frac{13}{30}x = \frac{13}{6}$ d'où $x = \frac{13}{6} \times -\frac{30}{13} = -5$.

On obtient ainsi $y = \frac{2}{3} \times (-5) - \frac{14}{3} = \frac{-24}{3} = -8$.

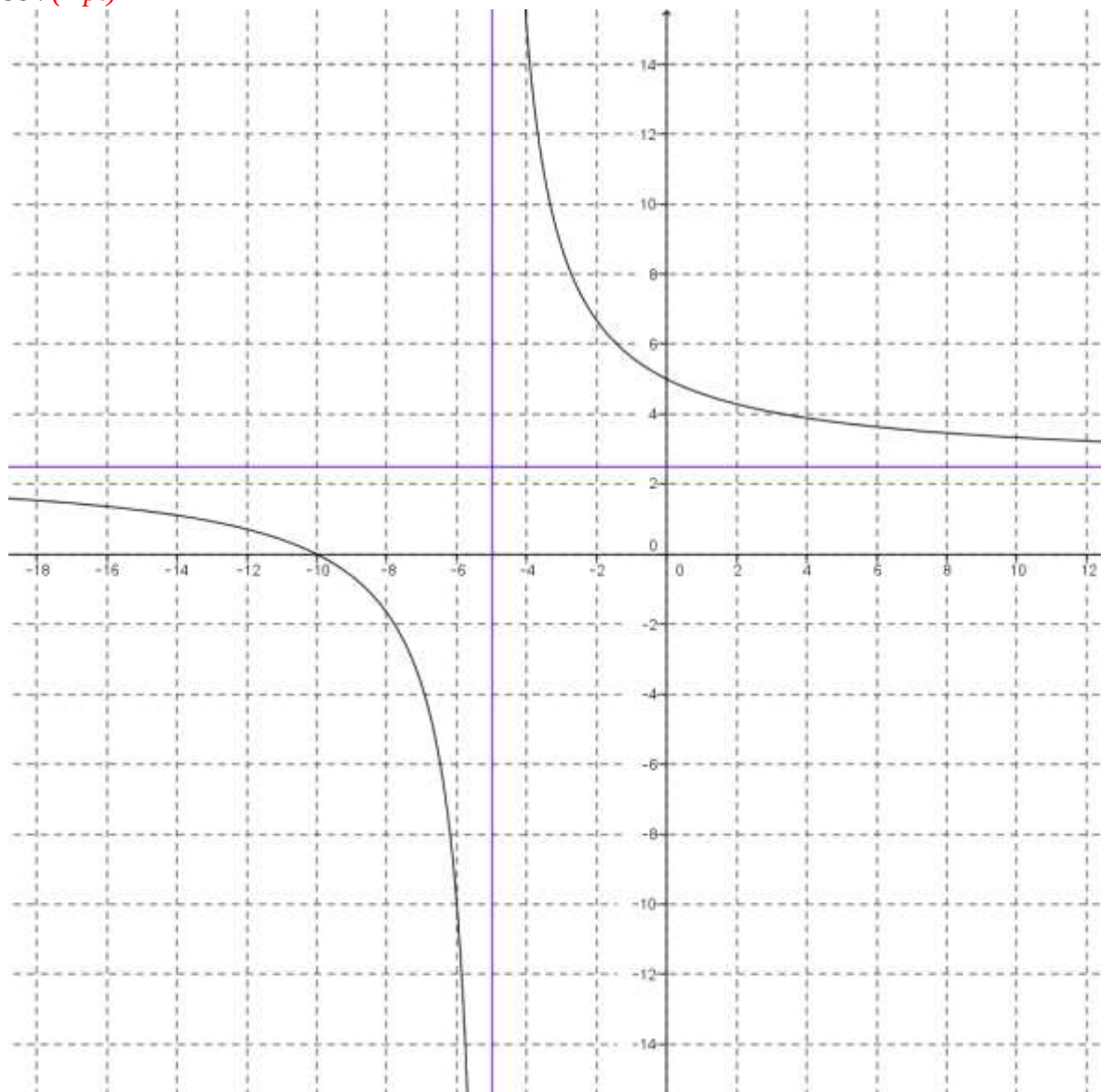
Conclusion : le point d'intersection des droites (AF) et (d) a pour coordonnées **$(-5; -8)$** . (2 pts)

Ex 4 : A 1) Cherchons la valeur interdite : $2x + 10 = 0$ si $x = -5$. Donc le domaine de définition de f est $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ ou $]-\infty; -5[\cup]-5; +\infty[$ (1 pt)

2) Tableau de valeurs : (1 pt)

x	-15	-10	-8	-7	-6	-5	-4	-3	0	5	10
f(x)	1,3	0	-1,7	-3,8	-10		15	8,8	5	3,8	3,3

3) Courbe : (1 pt)



4) Tableau de variations : (1 pt)

x	-15	-5	10
f(x)	1,3		3,3

5) On utilise un tableau de signes : (1 pt)

x	$-\infty$	-10	-5	$+\infty$
$5x + 50$	-	0	+	+
$2x + 10$	-	0	-	+
$(5x+50)(2x + 10)$	+	0	-	+

$S = [-10 ; -5[$

6) On a : (1 pt)

$$f(x) = 10 \Leftrightarrow 5x + 50 = 10(2x + 10) \Leftrightarrow 5x - 20x = 100 - 50 \Leftrightarrow -15x = 50 \Leftrightarrow x = -\frac{10}{3}$$

B 1) Tableau complété : (1 pt)

X	0	1	2	3	4
Y	5	4,58	4,28	4,06	3,89
$Y > 4$	Vrai	vrai	vrai	vrai	faux

2) Cet algorithme affiche 4. (1 pt)

3) Cet algorithme donne une valeur approchée de la solution de $f(x) = 4$. On peut aussi dire que cet algorithme donne le plus grand x tel que $f(x) < 4$. (1 pt)

4) Nouvel algorithme : (1 pt)

```

X prend la valeur 0
Y prend la valeur 5
Tant que Y > 3,4
    X prend la valeur X + 1
    Y prend la valeur (5X + 50) / (2X + 10)
Fin tant que
Afficher X
    
```