

NOM	Prénom	Classe
-----	--------	--------

Exercice 1 (9 points)

Dans le plan muni du repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on donne les points $A(-2; -2)$, $B(-3; 1)$ et $C(4; 0)$

Faire une figure et la compléter tout au long de l'exercice . Les questions sont indépendantes

- 1) a) Calculer les coordonnées du vecteur \vec{AB}
 b) Calculer les longueurs AB , AC et BC . En déduire la nature du triangle ABC
- 2) Placer le point D tel que ABCD soit un parallélogramme . Calculer les coordonnées de D .
- 3) Soit M le point tel que :

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB}$$

- a) Montrer que :

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{BC}$$

- b) En déduire que M est le milieu de [AD]
- c) Déterminer les coordonnées de M
- 4) Soit N(-10 ;25) . Les points A , B et N sont-ils alignés ? (on ne cherchera pas à placer N)

Exercice 2 (9 points)

Une classe A à section sportive , d'un haut niveau , s'entraîne pour les prochains championnats académiques , au saut à la perche .

Chaque élève note sur un carnet sa performance , en mètres

Voici les résultats obtenus , rangés par ordre croissant :

4,10 – 4,10 – 4,55 – 4,55 – 4,60 – 4,60 – 4,60 – 4,60 – 4,60 – 4,60 – 4,65 – 4,65 – 4,65 – 4,65 – 4,70 – 4,70 – 4,70 – 4,70 – 4,80 – 4,85 – 4,85 – 4,90 – 4,90.

- 1) a) Déterminer l'étendue de cette série des performances , ainsi que la moyenne (arrondie au centimètre) , la médiane , les quartiles et l'écart interquartile .
 b) Donner une interprétation de la médiane obtenue .

La même semaine , une autre classe B du même établissement s'exerce également au saut à la perche . Voici les résultats obtenus :

Performance	3,80	4,10	4,15	4,40	4,55	4,60	4,70	4,95	5,05	5,30	5,60
Effectif	1	2	2	4	4	1	3	2	2	1	2
Effectif cumulé croissant											

- 2) a) Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants .
 b) Déterminer l'étendue de cette nouvelle série des performances ainsi que la moyenne , la médiane , les quartiles et l'écart interquartile
 c) Quelle est la fréquence des performances au moins égales à 4,70 m ? On donnera la réponse à un centième près .
- 3) En comparant les réponses obtenues aux questions 1) et 2) , quelles conclusions le professeur d'EPS de ces deux classes peut-il faire ?

Exercice 3 (9 points)

Dans cet exercice , toutes les probabilités seront données sous la forme d'une fraction irréductible .
Dans une fête foraine , un stand propose trois jeux à l'aide d'une roue circulaire et d'une flèche indiquant la position d'arrêt de la roue . Cette roue est partagée en trois secteurs identiques , de couleurs respectives rouge (R) , verte (V) et bleue (B) .

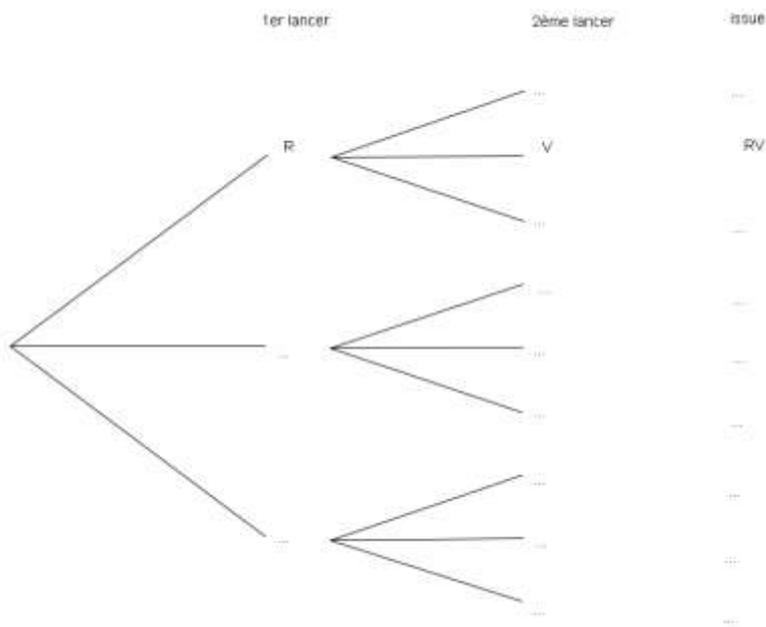
Partie A : Etude du premier jeu

On lance la roue et on gagne si elle s'arrête sur la couleur rouge .

Quelle est la probabilité p de gagner ?

Partie B : Etude du second jeu

On lance deux fois successivement la roue , et on note les deux couleurs obtenues



1) Compléter l'arbre et les issues ci-contre

2) On admet que les issues sont équiprobables . On note :
A l'événement « la couleur rouge sort au moins une fois » ;
B l'événement « la première couleur qui sort est le bleu » .

Calculer les probabilités $p(A)$ et $p(B)$

3) Exprimer par une phrase l'événement $A \cap B$

4) Calculer $p(A \cap B)$

5) On gagne lors de ce second jeu lorsque la couleur rouge sort au moins une fois ou si la première couleur qui sort est le bleu . On note G cet événement .

- Exprimer l'événement G en fonction des événements A et B
- Calculer $p(G)$

Partie C : Etude du troisième jeu

On lance deux fois la roue . On gagne lors de ce troisième jeu si au moins une des deux conditions suivantes est vérifiée :

- La couleur rouge ne sort pas lors des deux lancers
- La première couleur n'est pas le bleu

On note F cet événement

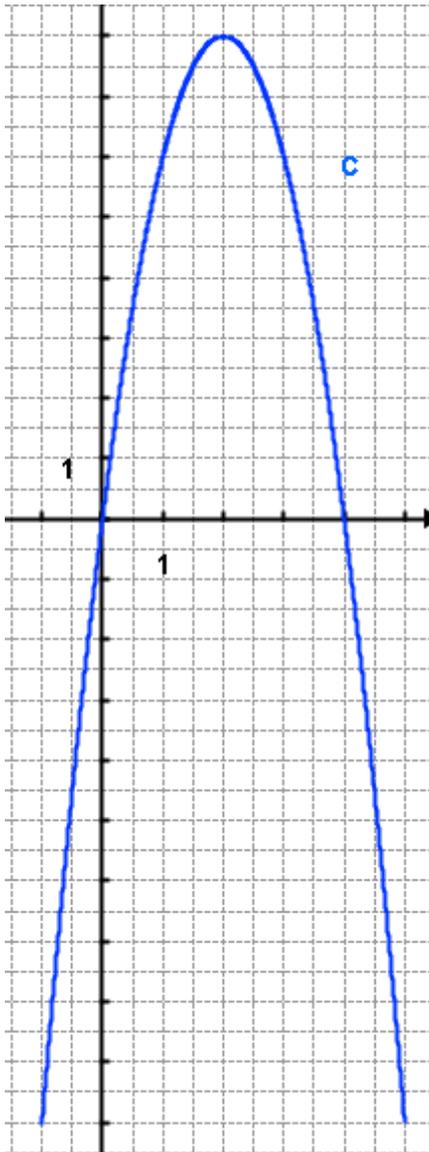
- Exprimer l'événement F en fonction des événements \bar{A} et \bar{B}
- Calculer $p(\bar{A})$ et $p(\bar{B})$
- Déterminer $p(\bar{A} \cap \bar{B})$ et en déduire $p(F)$

Partie D

Quel est entre ces trois jeux , le plus avantageux pour le joueur , c'est-à-dire celui qui lui donne la plus grande chance de gagner ?

Mathématiques

Exercice 4 (9 points + partie C bonus 2,5 points)



Une fonction polynôme de degré 2 , notée f , est définie sur l'intervalle $[-1 ; 5]$. Elle a pour représentation graphique , la courbe C ci-contre , dans le plan rapporté à un repère orthogonal

Partie A : Etude graphique

- 1) Déterminer par lecture graphique , la valeur du maximum M de la fonction et la valeur de x pour laquelle il est atteint .
- 2) Dresser le tableau de variations de la fonction f
- 3) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq 0$
- 4) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 6$ (vous laisserez les traits de construction apparents)
- 5) Donner le tableau de signes de la fonction f

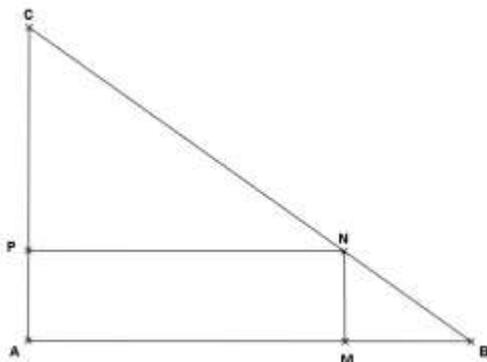
Partie B : Etude algébrique

La fonction f représentée graphiquement par C est définie sur l'intervalle $[-1 ; 5]$ par : $f(x) = -2x^2 + 8x$

- 1) Préciser par un calcul si le point A (-1 ; -10) appartient à la courbe C
- 2) Justifier que pour tout réel x , on a : $f(x) = 2x(4 - x)$
- 3) Démontrer que : $f(x) = -2(x - 2)^2 + 8$
- 4) Résoudre algébriquement l'inéquation : $f(x) \geq 0$
- 5) Démontrer que : $f(x) \leq 8$; on utilisera l'expression de f la mieux adaptée
- 6) Démontrer que la fonction f admet un maximum M que l'on précisera ainsi que la valeur de x pour laquelle il est atteint .

Partie C : Etude d'un problème concret

(BONUS : 2,5 points)



Dans l'angle droit d'un terrain triangulaire , on souhaite construire un enclos de forme rectangulaire avec une aire la plus grande possible Les dimensions du terrain sont $AB = 8$ m et $AC = 4$ m . Les points M , N et P appartiennent respectivement aux segments $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$ de telle sorte que AMNP soit un rectangle .

On appelle x la longueur AP en mètres

- 1) Dans quel intervalle varie x ?
- 2) Justifier l'égalité : $\frac{PN}{AB} = \frac{CP}{CA}$
- 3) En déduire , en fonction de x , la longueur PN
- 4) Montrer que l'aire du rectangle AMNP est donnée par : $A(x) = -2x^2 + 8x$
- 5) En utilisant les résultats de la partie B , montrer que l'aire du rectangle AMNP admet un maximum et donner la valeur de ce maximum ainsi que la position correspondante du point P sur le segment $[AC]$

Exercice 5 (4 points)

Voici un algorithme de calcul

Variables

x, y, z, t : réels

Début

Saisir x

Affecter à la variable z la valeur $x + 4$

Affecter à la variable t la valeur $7 - x$

Affecter à la variable y la valeur z/t

Afficher y

Fin

- 1) Appliquer cet algorithme au nombre 6
- 2) Ecrire la formule de calcul qui exprime le résultat de cet algorithme en fonction de x
- 3) Cet algorithme peut-il être appliqué à n'importe quel nombre x ? Pourquoi ?
- 4) Modifier cet algorithme pour qu'il affiche l'image, si elle existe, d'un nombre x, par la fonction $f(x) = \frac{x+4}{7-x}$ et qu'il affiche « pas d'image » dans le cas contraire.