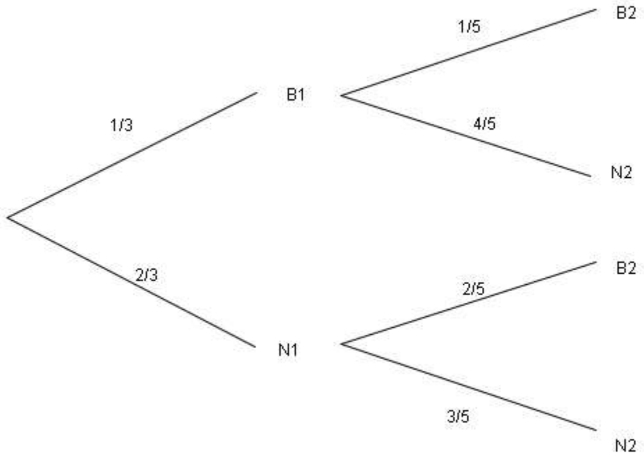
Corrigé DS n° 7

Exercice 1 ***5 points***

1) Arbre *1 point*



2) On a *1,5 points*

$$p(A) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

3) On a *1,5 points*

$$p(C) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{15} + \frac{2}{5} = \frac{2}{3}$$

4) Les deux boules sont blanches . Et c'est p(A) donc 1/15 *1 point*

Exercice 2 ***7 points***

1) $f(x) = x^2 - 9 - 2(x-3)(x+2) = x^2 - 9 - 2(x^2 - x - 6) = -x^2 + 2x + 3$
1 point

2) On utilise la formule du cours *1 point*

$$f(x) = -(x-1)^2 + 4$$

3) On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2$: *1 point*

$f(x) = (2 + x - 1)(2 - x + 1) = (x+1)(3-x)$

4) On a f(x) = 0 si x = - 1 ou x = 3 *1 point*

5) On a f(3) = (3+1)(3-3) = 0 *1 point*

6) On fait un tableau de signes : *1 point*

x	$-\infty$	- 1		3	$+\infty$
x + 1	-	0	+		+
3 – x	+		+	0	-
f(x)	-	0	+	0	-

$$S =]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[$$

7) Puisque a = - 1 alors la fonction est d'abord croissante puis décroissante . On a calculé les valeurs à mettre dans le tableau dans la question 2 *1 point*

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f(x)		4	

Corrigé DS n° 7

Exercice 3 ***8 points***

1) On a : *2 points*

$$S(x) = Aire(DPN) + Aire(PMBC) = \frac{x(10-x)}{2} + \frac{(x+10)(10-x)}{2}$$
$$= \frac{10x - x^2 + 100 - x^2}{2} = -x^2 + 5x + 50$$

2) On dresse le tableau de variations de S

Puisque a < 0 , alors S est d'abord croissante puis décroissante

$$-\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} \; et \; f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{25}{4} + \frac{25}{2} + 50 = \frac{225}{4}$$

x	$-\infty$	5/2	$+\infty$
S(x)	↗	225/4	↘

S est donc maximale pour x = 5/2 *3 points*

3) On a : S(x) < aire (AMPN) si

$$-x^2 + 5x + 50 < x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 50 > 0 \Leftrightarrow 2\left[\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{425}{16}\right]$$
$$= 2\left(x - \frac{5}{4} - \frac{5\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{5}{4} + \frac{5\sqrt{17}}{4}\right) > 0$$

x	$-\infty$	$\frac{5}{4} - \frac{5\sqrt{17}}{4}$		$\frac{5}{4} + \frac{5\sqrt{17}}{4}$	$+\infty$
$x - \frac{5}{4} - \frac{5\sqrt{17}}{4}$	-		-	0	+
$x - \frac{5}{4} + \frac{5\sqrt{17}}{4}$	-	0	+		+
$\left(x - \frac{5}{4} - \frac{5\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{5}{4} + \frac{5\sqrt{17}}{4}\right)$	+	0	-	0	+

$$S = \left]-\infty; \frac{5}{4} - \frac{5\sqrt{17}}{4}\right[\cup \left]\frac{5}{4} + \frac{5\sqrt{17}}{4}; +\infty\right[$$

Mais ici , x > 0 puisque c'est une longueur et x < 10 puisque le carré ABCD mesure 10 cm de côté donc

$$S = \left]\frac{5}{4} + \frac{5\sqrt{17}}{4}; 10\right[$$

3 points