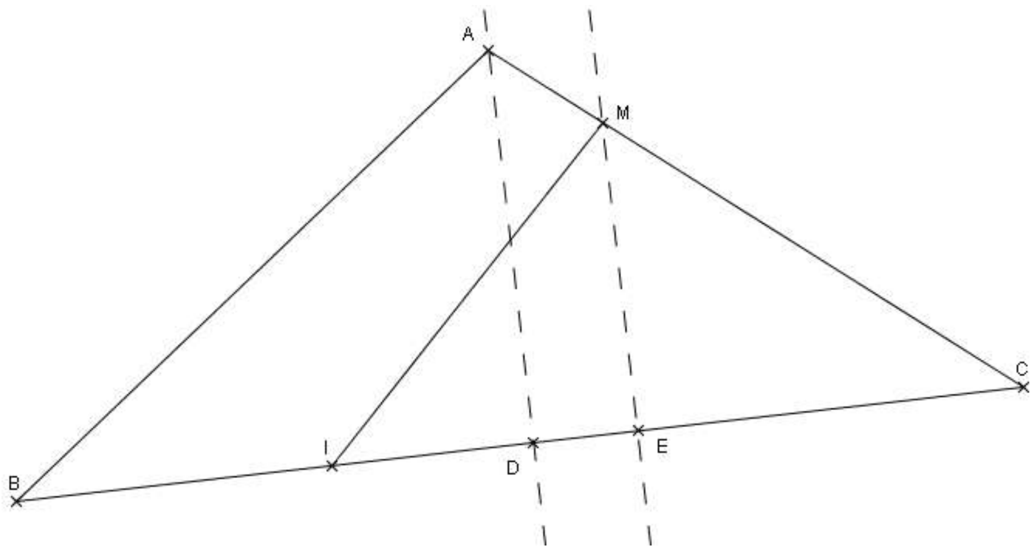
DM n° 5 : question ouverte « aire IMC égale à la moitié de l'aire ABC »

On commence par faire une figure quelconque et puisqu'on parle d'aire , on construit les hauteurs des deux triangles relatives à la même base .



Utilisons maintenant les formules d'aires :

$$Aire(ABC) = \frac{AD \times BC}{2} \text{ et } Aire\ (IMC) = \frac{ME \times IC}{2}$$

Or on cherche M tel que

$$Aire\ (\ IMC)\ = \frac{1}{2} Aire(ABC) \text{ soit } \frac{AD \times BC}{2} = ME \times IC \text{ donc } \frac{ME}{AD} = \frac{BC}{2IC}$$

On veut placer M sur [AC] donc il peut être intéressant de chercher la longueur CM .

On sait que (AD) et (ME) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à (BC)

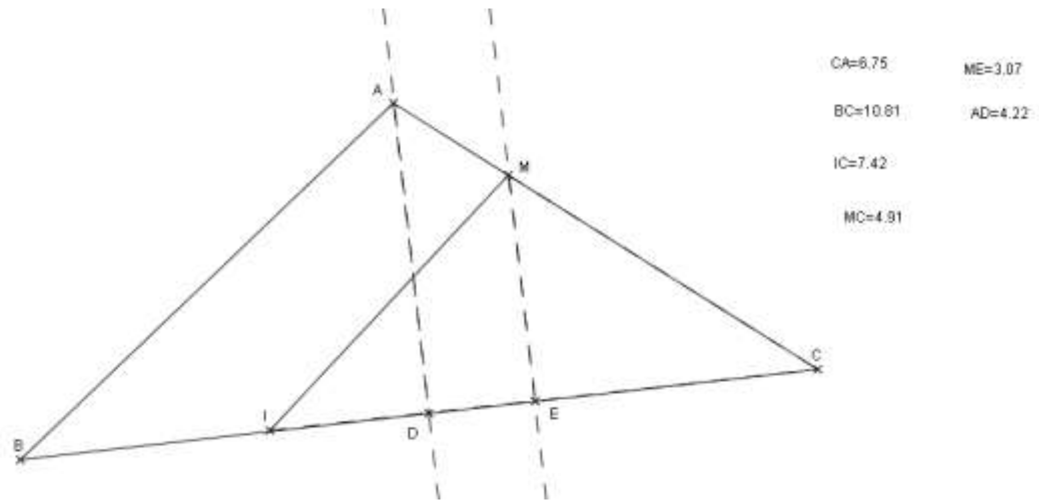
Puisqu'il y a des parallèles , on pense naturellement à Thalès :

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CM}{CA} = \frac{ME}{AD} \text{ donc } CM = \frac{ME}{AD} \times CA = \frac{BC \times CA}{2IC}$$

Il reste donc à mesurer IC , BC et AC et faire le calcul pour savoir où placer M .

Ici : AC = 6,75 , BC = 10,81 et IC = 7,42 . On obtient donc CM = 4,92 . On place M sur [AC] à 4,92 cm de C .

Vérification :



Mais on peut aller plus loin :

Pour qu'on puisse trouver M sur [AC] , il faut donc que CM < CA et donc il faut que :

$$CM = \frac{BC \times CA}{2IC} < CA \Leftrightarrow \frac{BC}{2IC} < 1 \Leftrightarrow BC < 2IC$$

On ne trouvera donc pas de point M si le point I est situé dans la moitié du segment [BC] plus près de C .