

DM n° 17 : exercice 92 poly variations de fonctions

a) $D_f = [0 ; 6]$

b) $MN = 12 - 2x$; ABC est un triangle équilatéral donc IBC est rectangle en I et on peut appliquer Pythagore :

$$IC = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

On applique maintenant Thalès :

$$\frac{AM}{AI} = \frac{MP}{IC} \Leftrightarrow MP = \frac{6x\sqrt{3}}{6} = x\sqrt{3}$$

$$f(x) = MN \times MP = x\sqrt{3}(12 - 2x) = -2\sqrt{3}x^2 + 12\sqrt{3}x$$

c) On a : $f(3) = 18\sqrt{3}$

$$f(x) - f(3) = -2\sqrt{3}x^2 + 12\sqrt{3}x - 18\sqrt{3} = -2\sqrt{3}(x^2 - 6x + 9) = -2\sqrt{3}(x - 3)^2$$

d) On a : $f(x) - f(3) < 0$ donc $f(x) < f(3)$ et f admet un maximum atteint quand $x = 3$

e) Le rectangle d'aire maximale a pour dimensions $MN = 12 - 6 = 6$ cm et $MP = 3\sqrt{3}$ cm