Corrigé devoir mathématiques commun secondes

Exercice 1

1) On a :*1 point*

$$9(x-3)^2-1=9(x^2-6x+9)-1=9x^2-54x+80$$
$$(3x-8)(3x-10)=9x^2-24x-30x+80=9x^2-54x+80$$

2) C'est la forme n° 2 *0,5 point*
3) a) Avec la forme 2 : *0,5 point*

$$(3x-8)(3x-10)=0 \Leftrightarrow x=\frac{8}{3}\ ou\ x=\frac{10}{3}$$

b) Avec la forme 3 : f(0) = 80 *0,5 point*

c) Avec la forme 1 : $9(x-3)^2-1=-1 \Leftrightarrow 9(x-3)^2=0 \Leftrightarrow x=3$. L'antécédent de – 1 est donc 3 *0,5 point*

d) Avec la forme 3 *0,5 +0,5 point*

$$f(\sqrt{2})=9(\sqrt{2})^2-54\sqrt{2}+80=18-54\sqrt{2}+80=98-54\sqrt{2}$$
$$f(1+\sqrt{3})=9(1+\sqrt{3})^2-54(1+\sqrt{3})+80=9(1+2\sqrt{3}+3)-54-54\sqrt{3}+80$$
$$=36-54+80+18\sqrt{3}-54\sqrt{3}=62-36\sqrt{3}$$

e) Avec la forme 3 : $9x^2-54x+80=80 \Leftrightarrow 9x^2-54x=0 \Leftrightarrow 9x(x-6)=0$
$\Leftrightarrow x=0\ ou\ x=6$ *1 point*

Exercice 2

1) Figure à la fin de l'exercice
2) Soit I le milieu de [AD] et soit J le milieu de [BC] ; on a : *0,5 + 0,5 point*

$$I\left(\frac{x_A+x_D}{2};\frac{y_A+y_D}{2}\right) \Leftrightarrow I\left(\frac{-1+3}{2};\frac{2+\frac{3}{2}}{2}\right) \Leftrightarrow I\left(1;\frac{7}{4}\right)$$
$$J\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right) \Leftrightarrow J\left(\frac{2+0}{2};\frac{0+\frac{7}{2}}{2}\right) \Leftrightarrow J\left(1;\frac{7}{4}\right)$$

On remarque que I et J sont confondus ; le quadrilatère ABDC a donc ses diagonales qui ont le même milieu : ABDC est un parallélogramme . *0,5 point*

3) ABDC est un rectangle si ses diagonales ont la même longueur donc il faut AD = BC

$$AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}=\sqrt{4^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{65}}{2}$$
$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-2)^2+\left(\frac{7}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{65}}{2}$$

C'est vérifié *1 point*

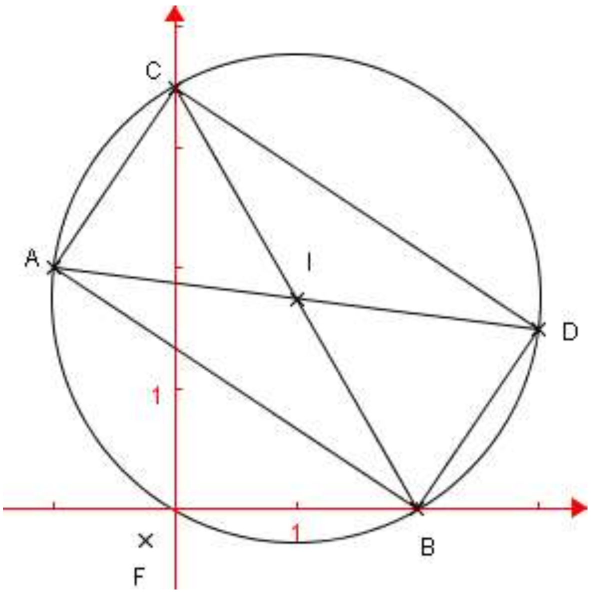
4) a) Figure fin exercice

b) ABDC est un rectangle donc ADC est un triangle rectangle en C donc C appartient au cercle de diamètre [AD] *1 point*

c) Pour cela on va calculer IF et IA et si IF = IA alors F est sur le cercle

$$IA=\frac{AD}{2}=\frac{\sqrt{65}}{4}\ et\ IF=\sqrt{\frac{25}{16}+4}=\frac{\sqrt{89}}{4}\neq IA$$

Donc F n'est pas sur le cercle de diamètre [AD] *1 point*



0,5 point

Exercice 3

Partie 1

1) x est dans l'intervalle [0 ;4] *0,5 point*
2) a) Aire (AKIJ) = x² par formule de l'aire d'un carré *0,5 point*

b) *0,5 point* On a : DC = 4 cm et si on appelle H le pied de la hauteur issue de I dans DIC on a IH = 4 – x donc :

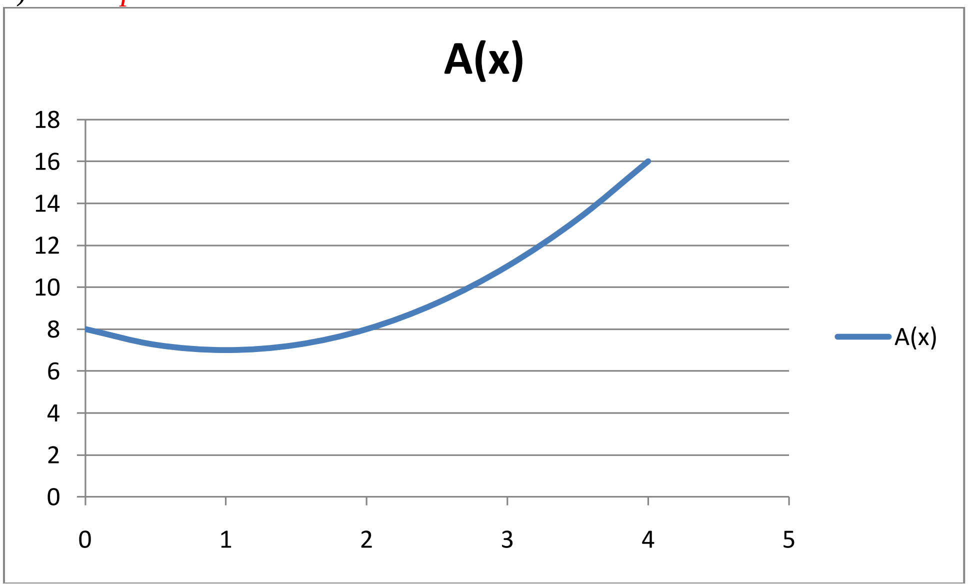
$$aire(DIC) = \frac{1}{2} \times 4 \times (4 - x) = 8 - 2x$$

c) A(x) = Aire(AKIJ) + aire (DIC) = x² + 8 – 2x = x² - 2x + 8 *0,5 point*

3) a) On a : *0,5 point*

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
A(x)	8	7,25	7	7,25	8	9,25	11	13,25	16

b) on a *1 point*



4) On a : *0,5 point*

x	0	1	4
A(x)	8 ↘	7 ↗	16

5) Il semble que l'aire A soit minimale quand x = 1 cm. Dans ce cas , A vaut 7 cm² . *0,5 point*

Partie 2

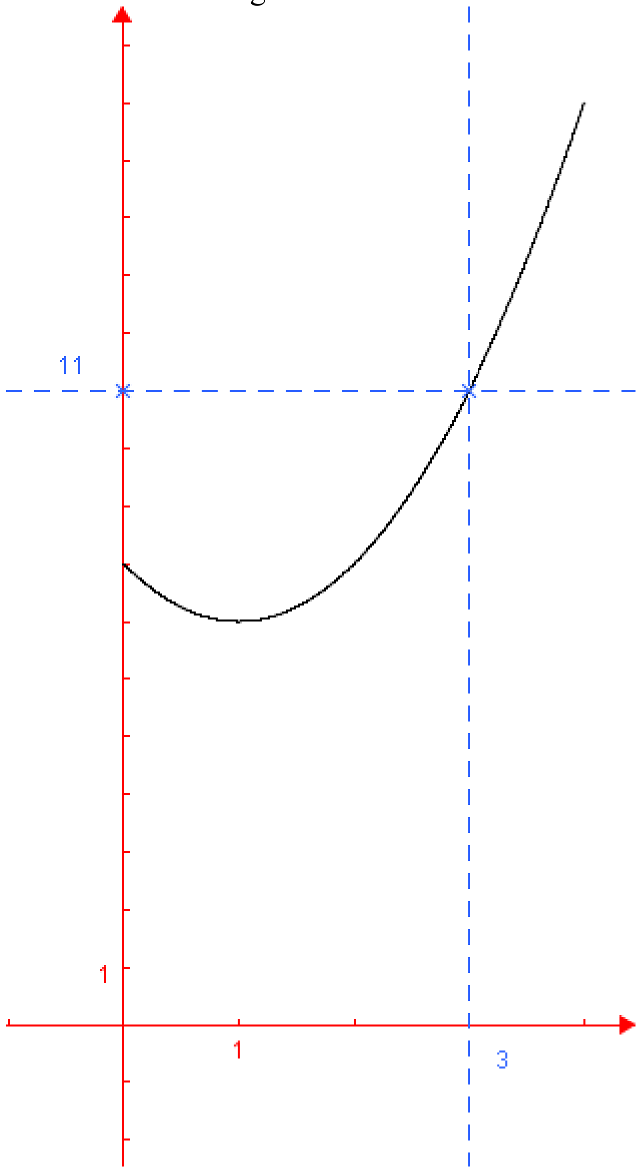
1) $(x-1)^2+7 = x^2-2x+1+7 = x^2-2x+8 = A(x)$ *0,5 point*
2) $A(x)-7 = (x-1)^2 \geq 0$ car un carré est positif ou nul dans les réels . On a donc A(x) ≥ 7 pour tout x de [0 ;4] ce qui signifie que le minimum de A vaut 7 cm² . Il est atteint pour x = 1 cm par tableau de valeurs de la partie 1 *0,5 point*

Partie 3

1)

$$A(x) = 11 \Leftrightarrow (x-1)^2+7 = 11 \Leftrightarrow (x-1)^2-4 = 0 \Leftrightarrow (x-1-2)(x-1+2) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -1$$

Or nous cherchons une longueur donc l'aire vaut 11 cm² si x = 3 cm *1 point*



2) On a : S = [3 ;4] *0,5 point*

Exercice 4 version 1

1B ; 2B ; 3C ; 4C ; 5A ; 6C

Exercice 4 version 2

1C ; 2B ; 3C ; 4B ; 5A ; 6A